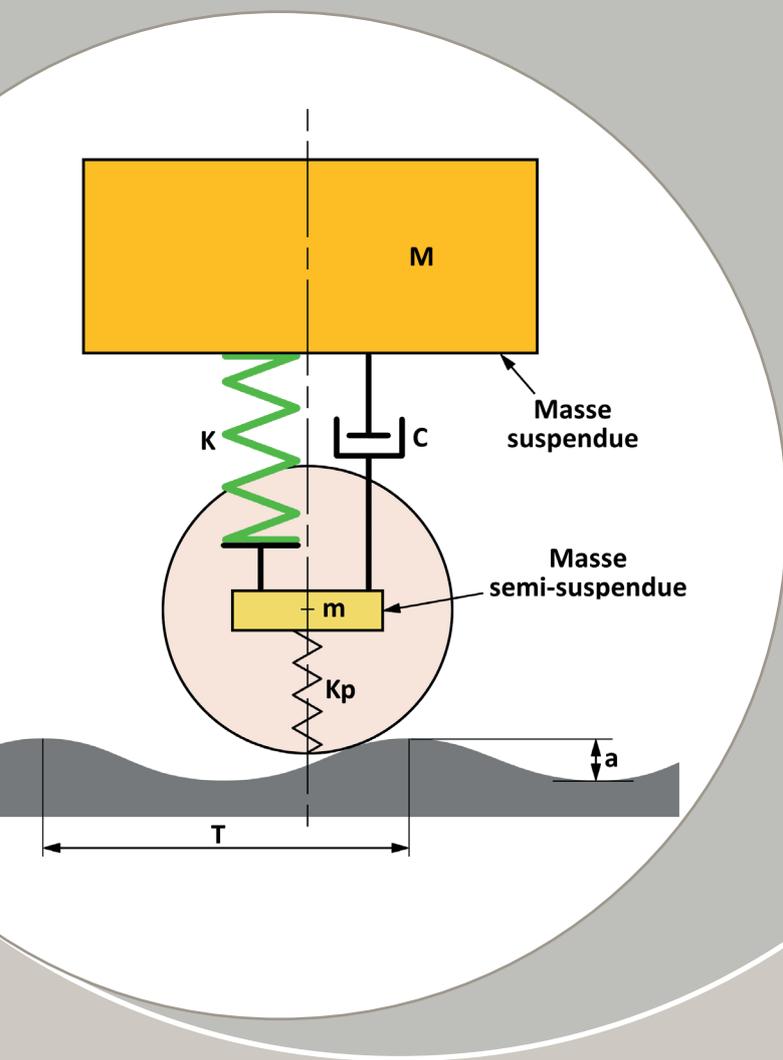


**DOSSIER
TECHNIQUE**

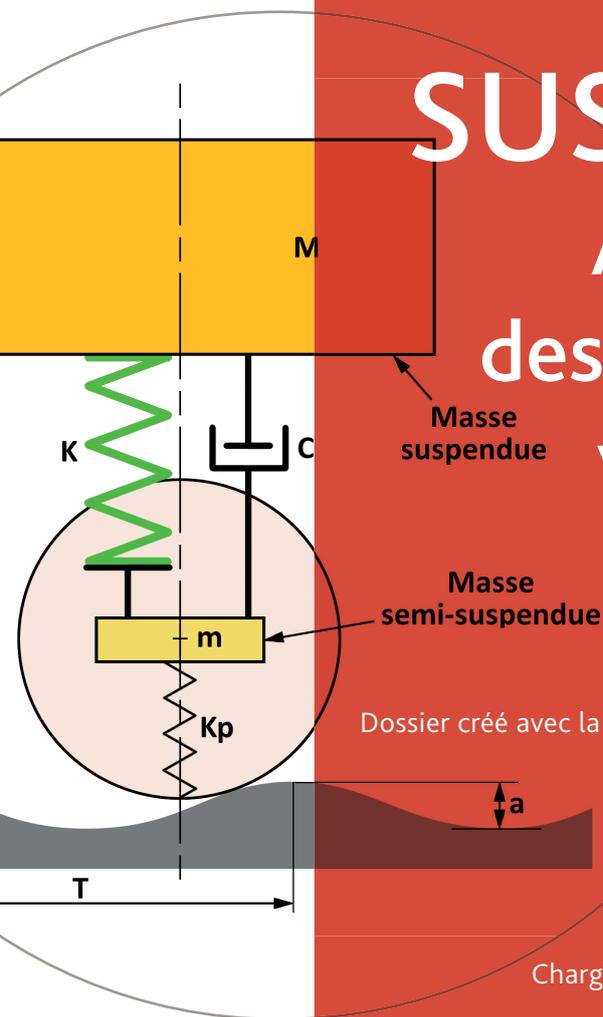


SUSPENSION
Application
des mouvements
vibratoires
→ → →

Route, Pneumatique, masse semi-suspendue, Elasticité, Ressort, Amortisseur, Masse suspendue, Energie de déformation, Construction de Fresnel, Frottement solide, Mouvement libre amorti, Fréquence.

SUSPENSION

Application des mouvements vibratoires



Dossier créé avec la collaboration de l'École de la Performance, Nogaro.

www.ecoleperformance.com

François MONATH

Architecte véhicule

Chargé de cours à l'École de la Performance



L'auteur : Architecte véhicules et responsable de développement chez Citroën, Panhard et Peugeot-Sport, François Monath a forgé son expertise à travers de nombreux essais et mises au point en France et à l'international. Passionné par la performance des véhicules sportifs et routiers, il a acquis des compétences sur l'ensemble des éléments intervenant dans la liaison au sol et la dynamique véhicule. A travers ce dossier technique, il vous fait partager quelques-unes de ses connaissances.

Remerciements : L'auteur remercie particulièrement Michel TETU, son professeur à l'Estaca pour lui avoir fait découvrir et aimer la « Dynamique du véhicule » au point d'en faire le motif dominant de sa carrière et toujours d'actualité 50 ans après.

1. Introduction	7
1.1 La mobilité, le rôle de la roue	7
1.2 Qu'est ce qu'une suspension ?	7
1.3 Les principales évolutions au fil du temps	8
2. Rappels	9
2.1 L'élasticité	9
2.1.1 Définition	9
2.1.2 Les différentes élasticités. Nous en distinguerons deux	9
2.1.3 Notion de contrainte	10
2.1.4 La limite élastique	10
2.2 Caractéristiques d'un organe élastique	10
2.2.1 Caractéristiques élastiques	10
2.2.2 Travail et Energie de déformation	11
2.2.3 Conséquence de l'élasticité	11
2.3 Le mouvement vibratoire	12
2.3.1 Définition	12
2.3.2. Caractéristiques d'un mouvement vibratoire	12
2.3.3. Les caractéristiques d'un mouvement vibratoire non amorti	12
2.3.4. Complément d'analyse apporté par la construction de Fresnel	16
2.3.5 Particularités du mouvement vibratoire amorti	17
2.4 La route	18
2.4.1 Les différentes voies de circulation	18
2.3.2 Les caractéristiques marquantes pour les mouvements de la suspension	19
2.4.3 Tous ces défauts ont des caractéristiques communes, ils sont majoritairement en bosse ou en creux	23
2.5 Les 6 D° de liberté	23
2.6 La notion de confort	24
2.6.1 Qu'est-ce que le confort ?	24
2.6.2 Les sources d'Inconfort	25
2.6.3 Les différentes phases de roulage et les effets du facteur de charge	25
2.6.4 Comment réagit notre corps ?	26
2.6.5 Le « mal des transports »	28
2.6.6 Sensibilité aux variations de l'inclinaison du corps	28
2.6.7 Le rôle du siège	28
2.6.8 L'importance de l'individu, « Indice d'inconfort »	28
3. Les différents systèmes élastiques	29
3.1 Conditions d'application de la théorie de l'élasticité	29
3.2 Le pneumatique	29
3.2.1 La raideur radiale	29
3.2.2 Les variations de forces radiales	30
3.2.3 Incidence du sol sur le pneumatique	31
3.2.4 Passage d'obstacle et « pouvoir absorbant »	31
3.3 Le ressort à lames	33
3.3.1 Application du principe de la flexion	33
3.3.2. Les efforts sur une section	34
3.3.3. Détermination de la contrainte dans un élément	34
3.3.4. Incidence des moments fléchissants	35
3.3.5 Le ressort multilames	35
3.3.6. Exemple de ressort multilames à lames étagées	36
3.4. Le ressort hélicoïdal	37
3.4.1 Définitions géométriques	37

3.4.2	Forme des extrémités.....	37
3.4.3	Effort et contraintes.....	38
3.4.4	Expression de la raideur.....	40
3.4.5	Combinaison d'éléments élastiques.....	41
3.4.6	Quelques données sur la Fabrication.....	42
3.5	La barre de torsion.....	43
3.5.1	Principe.....	43
3.5.2	Application du principe de la torsion.....	43
3.5.3	Effort et Raideur.....	44
3.5.4	Montage.....	45
3.5.5	Préconformation.....	45
3.6	Avantages et Inconvénients des ressorts métalliques.....	46
3.6.1	Le rapport Energie / poids.....	46
3.6.2	Une autre hiérarchie.....	46
3.6.3	Le ressort à lame.....	46
3.6.4	Le ressort hélicoïdal.....	46
3.6.5	La barre de torsion.....	46
3.7	Le ressort caoutchouc.....	47
3.7.1	Principe.....	47
3.7.2	Forme de la courbe de raideur.....	47
3.7.3	Avantages et Inconvénients du ressort caoutchouc.....	48
3.7.4	Application du ressort caoutchouc.....	48

1 [INTRODUCTION]

Dès que le sujet de la suspension appliquée à l'automobile est abordé, il apparaît souvent comme un sujet technique délicat, complexe, dont l'accès est réservé à une poignée d'initiés. Cette réputation de domaine difficile à aborder est due au fait que sa pratique nécessite des connaissances, notamment en mécanique vibratoire faisant appel à des notions mathématiques, des modes de raisonnement inhabituels et parfois abstraits.

L'objectif de ce dossier technique est de démythifier cet à priori et de montrer qu'il est possible d'appréhender ce sujet sans l'utilisation de grandes formules mathématiques. Pour cela nous procéderons par étapes, du simple au compliqué, en partant d'une seule roue pour ensuite étendre à l'essieu puis au véhicule à deux essieux.

Il sera également examiné les raisons pour lesquelles l'amortissement joue un rôle prépondérant dans le fonctionnement de la suspension d'un véhicule.

→ 1.1 LA MOBILITÉ, LE RÔLE DE LA ROUE

La mobilité est un facteur vital pour l'activité humaine. Elle s'applique aussi bien à l'homme qu'aux marchandises.

La roue permettant la rotation autour d'un axe fixe : le moyeu, facilite les déplacements et introduit une incontournable amélioration quantitative et qualitative du rapport déplacement / énergie dépensée. Elle est l'intermédiaire entre la route et le châssis contenant la charge à transporter. Les roues réunies sur un essieu fixé à un châssis, composent un chariot. Cf. fig.1.1

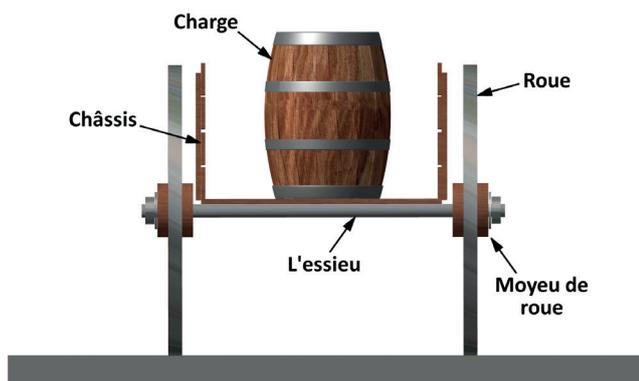


Fig. 1.1 Le chariot : la roue, l'essieu, la charge.

Ce chariot, avec sa liaison rigide entre le châssis et la roue se déplace sans aucun confort. Tous les obstacles de la route sont ressentis par la charge transportée. Dès la fin du 16ème siècle, le besoin de confort dans le transport de personnes a nécessité de désolidariser l'essieu et le châssis. D'où l'introduction d'un degré de liberté vertical sous forme d'une pièce élastique. Ce système permet ainsi de limiter les effets nuisibles des inégalités de la route. Le principe de la suspension était né. Cf. fig. 1.2

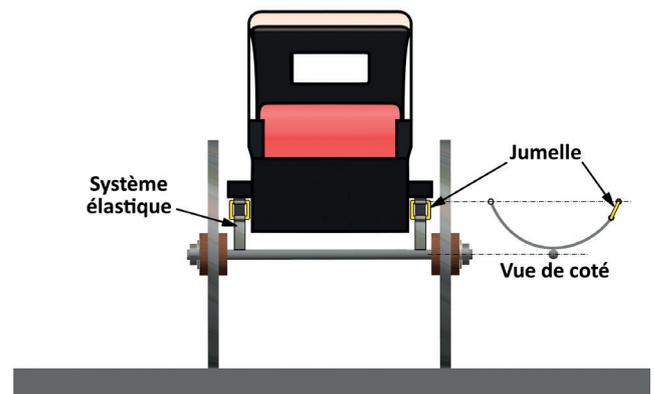


Fig. 1.2. La suspension élémentaire du carrosse.

→ 1.2 QU'EST CE QU'UNE SUSPENSION ?

Il s'agit d'un ensemble mécanique dont l'élément principal est un système élastique qui sépare le châssis et la masse transportée de l'essieu et de la roue. Cette séparation qui introduit un degré de liberté entre les deux éléments, permet de « suspendre » le châssis et la masse transportée sur l'essieu. Cf. fig. 1.3.

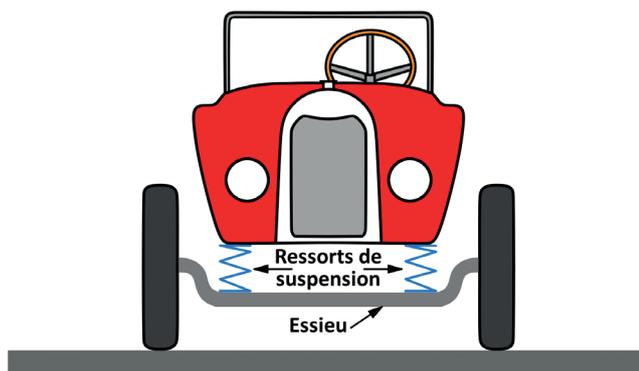


Fig. 1.3 Application au véhicule.

Ainsi, le véhicule, dont la masse est définie, peut se déplacer aussi rapidement que possible sur une route quelconque en évitant à ses occupants de subir des secousses inacceptables.

Cette définition sépare le véhicule en deux parties : d'une part la masse suspendue située au-dessus du système élastique et d'autre part la masse non suspendue incluant les roues et l'essieu, ou une partie de l'essieu.

Quelle que soit la qualité des routes sur lesquelles évolue notre véhicule, leur nivellement n'est jamais parfait. Chacune présente une suite inévitable de creux et de bosses plus ou moins marqués. Lors du déplacement, la charge transportée, comme le chariot qui la transporte, sont soumis à la pesanteur. Cet effort vertical tend à ramener en permanence les roues au contact de son support : le sol. Ce qui contraint celles-ci à suivre toutes les imperfections de la route, qui sont autant d'obstacles à franchir. Cela induit des mouvements verticaux permanents venant de la roue et transmis via le système élastique au châssis.

Mais comme nous le verrons plus loin, ce système élastique réagit aux impulsions que lui envoie la route. Cette réaction est

1 [INTRODUCTION]

la source d'oscillations verticales ou vibrations, plus ou moins rapides et plus ou moins importantes, imposées à la masse suspendue.

La solution idéale est alors de pouvoir « isoler » la masse suspendue de toutes les perturbations transmises par la roue, en maintenant la hauteur de celle-ci constante par rapport au sol, quelles que soient les déformations de celui-ci. Cela revient à obtenir une masse suspendue gardant une hauteur constante alors que la masse non suspendue absorbe toutes les imperfections de la route. Les irrégularités de la route sont alors neutralisées par le système élastique.

Mais à ce stade, intervient un autre paramètre important : le guidage de la roue et son incidence sur la tenue de route. Quelle que soit la géométrie utilisée pour le guidage du plan de roue, celui-ci ne reste pas dans le même plan lorsqu'il se déplace verticalement. Il s'agit de la notion de « braquages induits ». Chaque « absorption » d'un obstacle provoquant un déplacement vertical de la roue, introduit des braquages induits qui interfèrent sur la tenue de route du véhicule.

En conséquence, l'élaboration d'une suspension sera un compromis entre : Cf. fig.1.4

- le confort ou l'isolation vibratoire du châssis / route.
- la tenue de route par :

- ① Le contrôle du contact du pneumatique sur le sol.
L'évolution de la charge verticale sur le pneumatique définit le potentiel d'adhérence utilisable. (Cf. dossier technique : « Le Pneumatique »)

- ② Le contrôle du mouvement relatif roue / châssis ou gestion des mouvements du plan de roue.
(Cf. dossier technique : « Géométrie des essieux »)
- ③ L'isolation vibratoire du châssis par rapport au sol.
- ④ La stabilité longitudinale et transversale du châssis / sol, notamment par la gestion des mouvements de galop et de roulis.

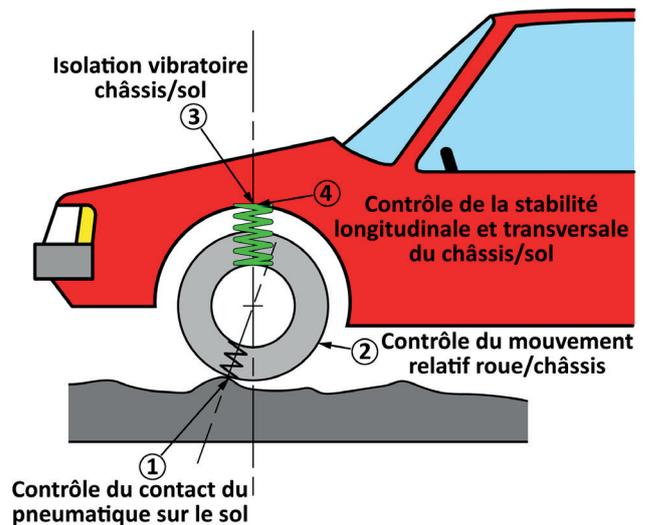


Fig. 1.4 Les fonctions d'une suspension.

→ 1.3 LES PRINCIPALES ÉVOLUTIONS AU FIL DU TEMPS

C'est au 16^e siècle qu'apparurent les premières suspensions. La pièce élastique utilisée était basée sur le principe du ressort à lames, facile à élaborer avec les moyens de l'époque.

Notre chariot est ainsi devenu calèche, puis carrosse.

Bien que le ressort à lames soit toujours d'une utilisation courante, chronologiquement les évolutions concernent la pièce élastique. Après le ressort à lames, apparurent au fur et à mesure de la maîtrise de la métallurgie de l'acier et des procédés de fabrication :

- le ressort hélicoïdal,
- la barre de torsion,
- le ressort caoutchouc,
- le ressort pneumatique,
- le système hydropneumatique.

Selon l'utilisation sur véhicule, il est possible de combiner le montage de ces différents types de pièces élastiques.

A noter le rôle joué par le caoutchouc et plus généralement les élastomères dans le fonctionnement d'une suspension, que ce soit pour les articulations des organes de liaison entre la roue et le châssis ou que ce soit pour la fonction « fin de course ». Cette dernière fonction concerne les derniers centimètres du débattement de la masse suspendue et ce, tant lors du mouvement descendant du châssis ou compression que lors du mouvement montant ou détente.

Mais après l'interposition d'une pièce élastique entre la charge et la roue de notre chariot, l'évolution majeure qui a suivi est l'introduction du pneumatique. Le moteur thermique, remplaçant la traction animale, permet d'augmenter les performances de notre véhicule et surtout sa vitesse de déplacement. Le pneumatique est un corps élastique intervenant dans la transmission des défauts de la route à la masse suspendue. Et comme il est le premier à recevoir les défauts de la route, son rôle sera primordial.

L'introduction de ce second corps élastique entre le sol et le moyeu de roue, a une conséquence. Toute la masse des organes de liaison entre la roue et le châssis n'est plus « non suspendue », mais devient « semi-suspendue », avec une incidence sur les oscillations de la masse suspendue. Les mouvements du véhicule seront une résultante entre les oscillations de la « masse semi-suspendue » et de la « masse suspendue ».

Par ailleurs, l'état des routes et chemins sur lesquels évoluent nos véhicules a suivi l'amélioration de leurs performances et l'augmentation du trafic

→ 2.1 L'ÉLASTICITÉ

→ 2.1.1 Définition

L'élasticité est la propriété d'un matériau ou d'une pièce, de se déformer au moins dans un sens sous l'action d'un effort extérieur et de reprendre de lui-même sa forme et son volume d'origine dès que l'effort cesse d'agir et cela dans la mesure où la déformation n'est pas permanente, ou l'effort suffisamment grand pour provoquer la rupture.

Tous les matériaux se déforment.

Quelques exemples de corps élastiques :

- une balle en caoutchouc,

- un fil d'acier rond enroulé selon une hélice et formant un ressort,
- une lame de métal, longue par rapport à sa largeur et à son épaisseur,
- l'air enfermé dans un cylindre, comprimé par un piston, comme une pompe à air,

A noter qu'après cessation de l'effort, les déformations peuvent ne pas disparaître complètement, il s'agit alors d'un phénomène d'**hystérésis**, ou disparaître totalement, mais après un temps plus ou moins long, il s'agit alors d'un phénomène de **trainage**. Pour le fonctionnement de la suspension ces deux phénomènes seront perturbants.

→ 2.1.2 Les différentes élasticités. Nous en distinguerons deux :

a) l'élasticité propre du matériau

Soumis à un effort, un matériau subit, suivant le mode d'application de l'effort, des contraintes entraînant sa déformation. Ces contraintes peuvent être :

- de flexion,
- de torsion,
- de cisaillement,
- de compression,
- de traction.

Elles peuvent se combiner entre elles, comme par exemple flexion et cisaillement.

Cette élasticité dépend de la structure moléculaire et des liaisons intermoléculaires du matériau. Les forces internes sont des actions s'exerçant de proche en proche.

b) L'élasticité de forme.

Il s'agit de donner une forme géométrique donnée à la pièce pour utiliser les propriétés élastiques du matériau et celles de la mise en forme. Il est alors nécessaire de distinguer la pièce élastique de la matière élastique. L'utilisation de la forme sera privilégiée par rapport à l'élasticité du matériau.

Pour illustrer ces deux formes d'élasticité, prenons l'exemple d'un ressort hélicoïdal.

Il est caractérisé par un fil métallique rond, enroulé selon une hélice sur un cylindre. Ses caractéristiques géométriques sont précisées sur la fig. 2.1

Appliquons sur ce ressort un effort P correspondant au poids d'une masse M . Cf. fig. 2.2.

Cet effort est dirigé du haut vers le bas selon l'axe d'enroulement du fil. Sous l'effet de cet effort, sa hauteur va diminuer pour se stabiliser à une hauteur H . Cette variation de hauteur est proportionnelle au poids appliqué. Cela crée de la part du ressort une réaction R égale et opposée à la valeur du poids.

Si l'on enlève le poids P , le ressort reprend sa hauteur initiale H_0 . Le ressort hélicoïdal est une pièce élastique. Toutefois, le ressort ne reprendra sa hauteur initiale que si l'effort appliqué ne dépasse pas une certaine valeur, dépendant de ses caractéristiques géométriques et des caractéristiques du matériau, entraînant une déformation permanente. Cette valeur est appelée : **Limite élastique**.

Les caractéristiques élastiques de ce ressort sont à la fois dans l'élasticité du matériau mais aussi dans la forme donnée à la pièce. Dans ce cas, il s'agit de l'enroulement hélicoïdal.

A noter que par sa forme géométrique, un ressort hélicoïdal ne se déforme que dans l'axe de son cylindre d'enroulement.

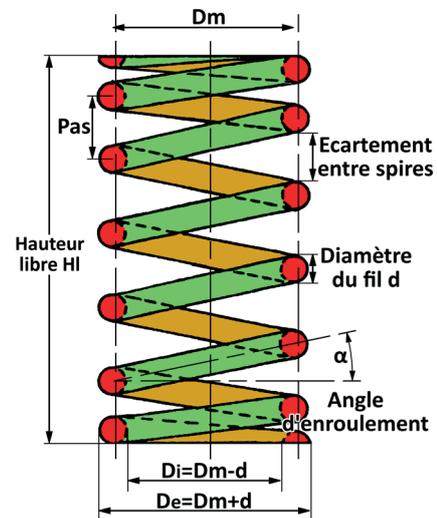


Fig. 2.1 Le ressort à hélice circulaire, exemple d'élasticité de forme.

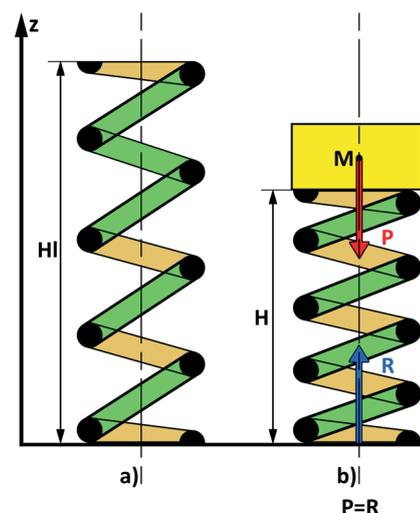


Fig. 2.2 Application de l'élasticité de forme.

Ainsi, une mise en forme géométrique particulière nous permet d'obtenir une déformation selon une direction déterminée.

Dans la suite de ce dossier, nous retiendrons trois applications de l'élasticité de forme : le ressort à lame, le ressort hélicoïdal, la barre de torsion.

→ 2.1.3 Notion de contrainte

L'application d'un effort perpendiculairement à une surface unitaire d'un matériau introduit une contrainte. Le type d'effort associé à la déformation correspondante définit la contrainte : un effort de traction créera un allongement et une contrainte de traction, un effort de flexion créera un fléchissement et une contrainte de flexion.

→ 2.1.4 La limite élastique

C'est une des caractéristiques mécaniques d'un matériau. Elle se mesure lors d'un essai de traction régi par une norme AFNOR.

Dans cet essai, une éprouvette du matériau considéré est soumise à une traction croissante jusqu'à la rupture. Lors de l'essai, sont enregistrés l'allongement de l'éprouvette et l'effort de traction. Il en résulte une courbe $F = f(\Delta l)$ Cf. fig. 2.3.

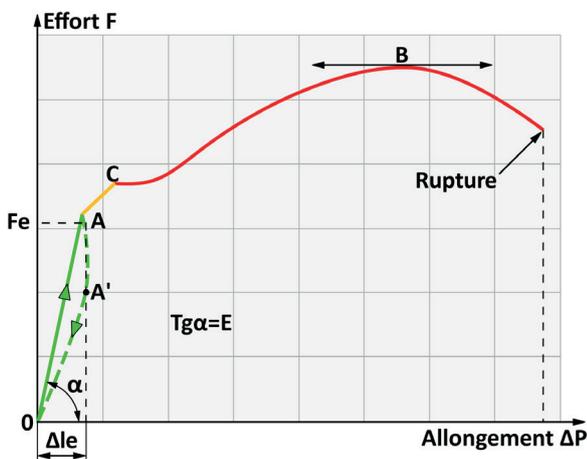


Fig. 2.3. Diagramme de traction d'une éprouvette.

La première partie OA de la courbe est une droite et représente le **domaine élastique**. Sur cette partie de la courbe, les allongements sont proportionnels à l'effort. Lorsque l'effort de traction diminue et cesse, l'éprouvette reprend sa forme et son volume initial. Sous l'effort, le matériau a une réaction égale et opposée à l'effort appliqué. Le phénomène est réversible. Le point A définit la **limite élastique**.

Le coefficient angulaire de la droite OA définit le **coefficient d'élasticité longitudinal E**, encore appelé : **Module d'Young**. Nous retrouverons ce coefficient dans les formules de calcul des ressorts fabriqués à partir de métaux ferreux.

Cette notion de contrainte s'utilise également dans le cas d'un moment appliqué sur un élément unitaire de volume : un moment de flexion créera une contrainte de flexion.

L'élasticité dépend de la structure moléculaire du matériau et des liaisons intermoléculaires.

A noter que selon le matériau, le retour à la forme et au volume initial peut ne pas être immédiat. Les déformations de la phase retour sont différentes des déformations de la phase aller, pour un même effort. Ce phénomène est appelé : **Hystérésis**. Lorsque l'effort décroît, le point A se déplace en A', pour ensuite suivre une courbe A'0. Le parcours 0-A-A'-0 prend le nom de « **cycle d'hystérésis** ». Dans tout cycle d'hystérésis, l'énergie dépensée pour produire les déformations n'est pas entièrement restituée lors de la phase retour. Elle est en partie absorbée par des résistances internes du matériau et transformée en chaleur. Dans le fonctionnement d'une suspension, l'hystérésis est souvent un phénomène gênant.

A partir de A, la déformation est permanente et les allongements ne sont plus proportionnels à l'effort. A partir de la position C, il se produit une striction localisée de l'éprouvette. La déformation permanente produit une réduction de la section, d'où un allongement sans augmentation de l'effort. Cette striction est due au fait qu'aussi affiné soit le matériau, il n'est pas parfaitement homogène dans sa structure moléculaire.

En B, l'effort est maximum. Ensuite la striction augmente et l'effort diminue, jusqu'à la rupture. L'effort en B est défini comme la limite de résistance ou encore résistance à la rupture.

La striction est une déformation transversale. Cette déformation, bien que non visible, s'exerce aussi lors de la phase du domaine élastique. Il se produit une sorte de glissement des couches du matériau les unes sur les autres, sous l'effet de l'allongement. Cela introduit un **coefficient d'élasticité transversale G**, homogène à une pression comme E. Le **coefficient de Poisson ν** est le lien entre le coefficient d'élasticité longitudinale et le coefficient d'élasticité transversale. Pour les métaux, $\nu \approx 0,4$, d'où : $G \approx 0,4 E$.

→ 2.2 CARACTÉRISTIQUES D'UN ORGANE ÉLASTIQUE

→ 2.2.1 Caractéristiques élastiques

Reprenons notre ressort hélicoïdal du § 2.1.2. Sous l'effet de la masse M, de poids P, il s'affaisse puis se stabilise à une hauteur H telle que, la différence : $H_1 - H = d$ est appelée : flèche ou déflexion. Cf. fig. 2.2.

En installant une deuxième masse M sur la première, la déflexion statique devient 2d. En supprimant cette deuxième masse M, la déflexion reprend sa valeur d.

La déflexion est proportionnelle à la charge appliquée.

La « force de rappel » exercée par le ressort s'applique en sens inverse de la déformation. Si la déformation est dans le sens vertical vers le bas, la force de rappel sera aussi verticale, mais vers le haut.

Nous appellerons :

a) Raideur K le rapport Poids sur déflexion = $\frac{P}{d}$ en N/m

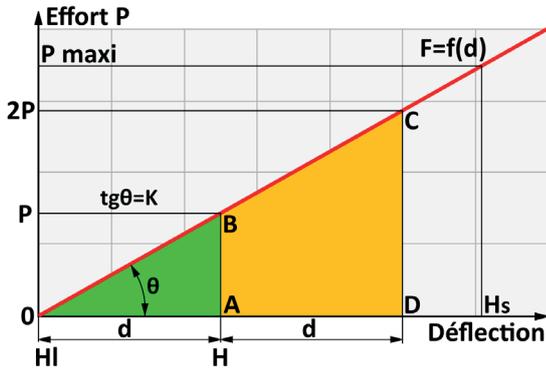


Fig. 2.4 Déflexion d'un élément élastique en fonction de la charge.

Cette droite est limitée par la charge maximale que peut prendre le ressort sans dépasser la limite élastique de son matériau. Cette charge sera nécessairement maximale lorsque les spires formant le ressort seront au contact. Le ressort est alors à spires jointives. Cela correspond à la hauteur H_s . Cf. fig. 2.5. La valeur dt correspond à la déflexion totale possible.

La raideur est une constante de tout système élastique. Cf. fig. 2.4.

A partir de l'état libre du ressort, les déflexions sont proportionnelles aux charges appliquées telles que : $d = \frac{P}{K}$.

Notre ressort est à raideur constante. La raideur est un coefficient de proportionnalité entre la charge et la déflexion. Cela se traduit par une courbe, $P = K \cdot d$, K étant une constante définissant l'élasticité du ressort, P et d étant des paramètres variables, cette courbe est de la forme $y = ax$, donc une droite, avec $tg\theta = K$.

Sous l'effet du poids P , le ressort applique une réaction R égale et opposée au poids. Cette réaction a donc pour valeur : $R = K \cdot d$.

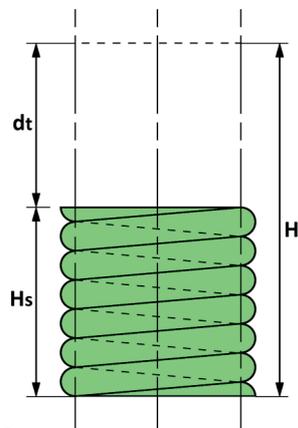


Fig. 2.5 Ressort à spires jointives.

b) Flexibilité f , elle est l'inverse de la raideur, $f = \frac{1}{k}$ en N/m

→ 2.2.2 Travail et Energie de déformation

Sous l'effet de la force P , notre ressort s'est affaissé d'une valeur d . Cela signifie que le centre d'application de la force P s'est déplacé de d , et que, lors de ce déplacement, cette force a effectué un travail : $\Delta W = P \cdot \Delta d$.

Sur la fig. 2.4, ce travail est représenté par la surface du triangle OAB. Lors de la pose de la deuxième masse M , donc l'application d'une force : $2P$, le travail supplémentaire est représenté par la surface du trapèze ABCD et le travail total est la surface du triangle OCD.

Ce travail représente une énergie potentielle emmagasinée par

le ressort à la position considérée. Il s'agit d'une caractéristique propre à tout système élastique. Elle prend la forme générale :

$E_p = \int Kz \cdot dz$ dans laquelle : K est la raideur du ressort et z la déflexion à l'instant t .

En intégrant par exemple pour une déflexion $z = d$, cela donne

$E_p = \frac{1}{2} K \cdot d^2$. Nous retrouvons la surface du triangle OAB.

La suppression de la deuxième masse M , a pour effet de diminuer cette énergie potentielle.

→ 2.2.3 Conséquence de l'élasticité. Cf. fig. 2.6

Reprenons notre ressort. Sous l'effet de la masse M , il s'affaisse jusqu'à une hauteur H . Le ressort réagit par une réaction R égale et opposée au poids P , l'ensemble est en équilibre.

En appuyant sur la masse M avec un effort ΔP , le ressort va continuer à s'affaisser d'une hauteur a , pour à nouveau se stabiliser à une hauteur $H - a$. A ce niveau, la réaction du ressort a augmenté de la valeur ΔP .

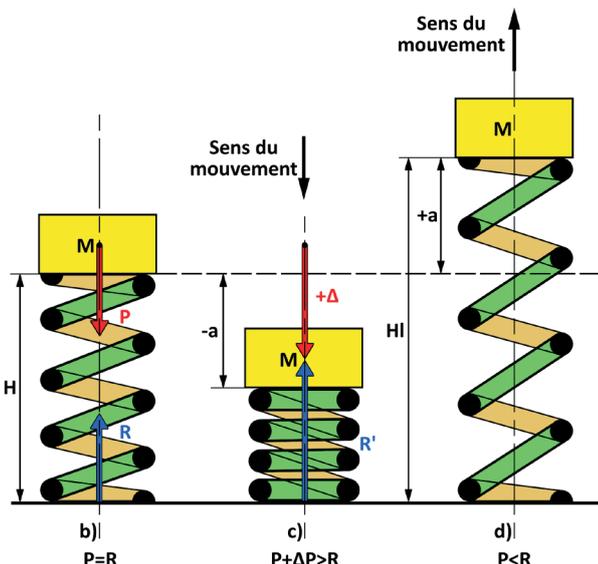


Fig. 2.6 Naissance d'une oscillation

2 [RAPPELS]

Si maintenant, nous supprimons instantanément l'effort ΔP , nous constatons que la masse M remonte, dépasse la position d'équilibre initiale H , pour continuer sa course et s'arrêter à une hauteur $H+a$.

A ce moment, le ressort en se détendant a atteint sa longueur à vide Hl . Et comme il n'existe plus aucune force pour la retenir, la masse M , qui n'est plus soumise qu'à son poids P , amorce un mouvement de descente et dépasse le point d'équilibre de hauteur H pour s'arrêter à une hauteur $H-a$.

Elle remonte ensuite, sous l'effet de $R' > P$.

Ensuite, la masse M oscille d'une amplitude a de part et d'autre de la position d'équilibre initiale de hauteur H , induisant des variations d'effort dans le ressort. Cf. fig. 2.7. Ces oscillations définissent un **mouvement vibratoire**.

Le mouvement étant une translation linéaire suivant une direction donnée, la vibration est à un seul degré de liberté.

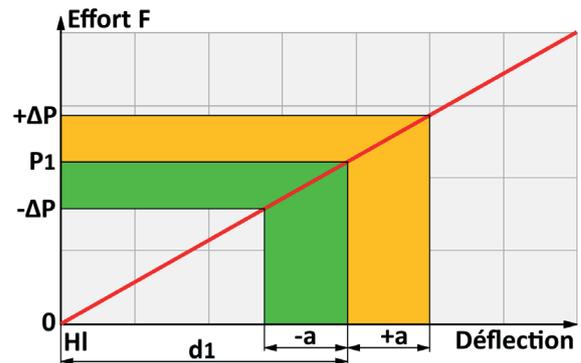


Fig. 2.7 Efforts et déflexion d'un mouvement vibratoire.

→ 2.3 LE MOUVEMENT VIBRATOIRE

→ 2.3.1 Définition

Un mouvement vibratoire est une oscillation selon un axe (exemple : notre ressort) ou autour d'un point (exemple : un pendule ou une balançoire).

→ 2.3.2. Caractéristiques d'un mouvement vibratoire

En fixant à la masse M un stylet appuyant sur un tambour animé d'une rotation à vitesse constante, nous pouvons enregistrer son mouvement en fonction du temps, soit $a_z = f(t)$. Cf. fig. 2.8.

Nous constatons que ce mouvement prend la forme d'une sinusoïde d'amplitude a .

Un mouvement vibratoire est un mouvement sinusoïdal.

En laissant la masse osciller librement, nous pouvons faire une deuxième constatation : progressivement la valeur de a diminue et le mouvement finit par s'arrêter de lui-même. Cette diminution d'amplitude est le résultat d'un phénomène appelé : **amortissement**. Cf. fig. 2.9. L'amortissement agit comme un frein.

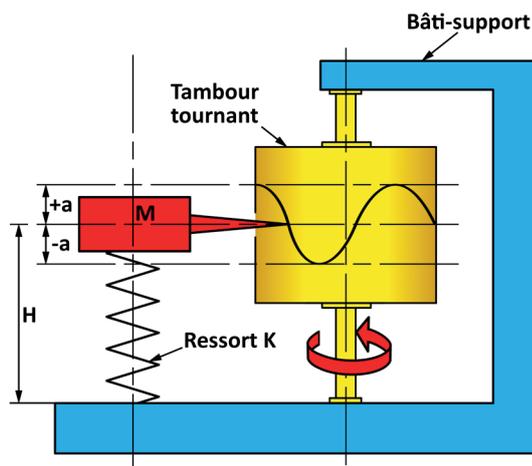


Fig. 2.8 Mise en évidence du mouvement sinusoïdal

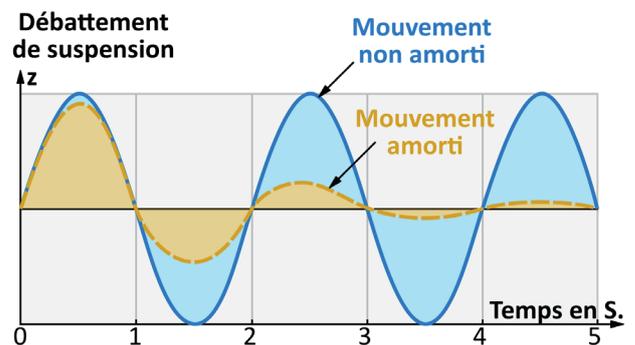


Fig. 2.9 Mouvement amorti et non amorti.

→ 2.3.3 Les caractéristiques d'un mouvement vibratoire non amorti

Il s'agit d'une situation purement théorique car dans la nature, tous les mouvements libres s'amortissent d'eux-mêmes. Mais cela va nous permettre d'établir la définition des caractéristiques propres aux mouvements vibratoires.

a) La construction de Fresnel

Pour établir ces définitions, nous nous appuyerons sur la construction de Fresnel. Cf. fig. 2.10. Fresnel a montré qu'il était possible d'utiliser un mouvement circulaire uniforme pour analyser un mouvement vibratoire simple.

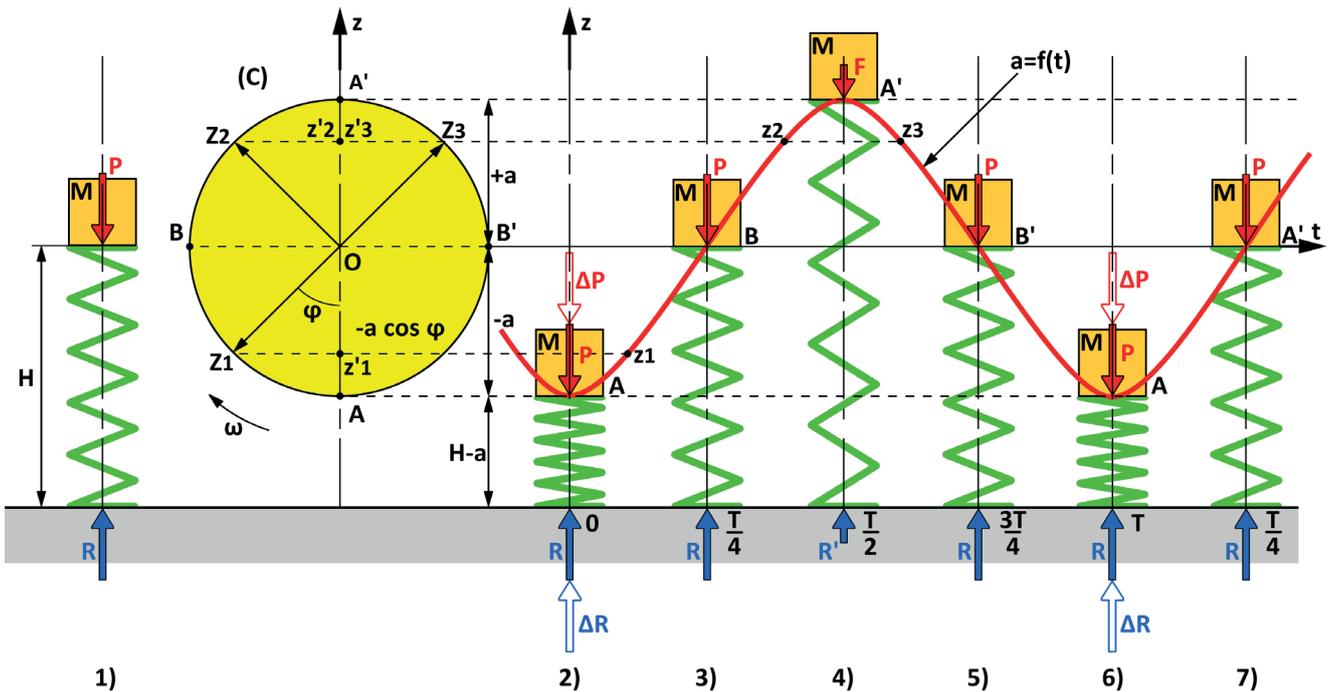


Fig. 2.10 Principe de la construction de Fresnel.

Considérons un cercle (C) de rayon $OA = a$, amplitude du mouvement vibratoire, délimité dans un repère plan, par un centre O et deux axes : AA' vertical selon z et BB' perpendiculaire. Le segment $AA' = 2a$ correspond à l'amplitude totale du mouvement de la masse M sur le ressort.

Le centre O correspond à la position H de la masse M . Cette position est l'état d'équilibre de la masse M , sous l'effet du poids P et de la réaction R du ressort K .

Soit un point Z se déplaçant sur ce cercle. Lorsque ce point parcourt le périmètre du cercle (C), en passant successivement par B , A' et B' , sa projection sur l'axe AA' va décrire un mouvement vertical de A à A' puis de A' à A . Ce mouvement correspond au mouvement vertical de la masse M sur l'axe z . Le déplacement de Z sur le périmètre du cercle est directement lié au mouvement de la masse M . Mais le déplacement de Z est une rotation du vecteur OZ , alors que le mouvement de M est vertical suivant l'axe z .

Détaillons :

Sous l'effet de l'impulsion ΔP , le ressort se stabilise à une hauteur $H-a$ et les efforts s'équilibrent $P + \Delta P = R + \Delta R$. A la position $H-a$, le point Z correspond à la position A . Le départ du mouvement, à $t = 0$, est donné par la suppression instantanée de ΔP . Sous l'effet de la réaction $R + \Delta R$ du ressort, la masse M amorce un mouvement vertical vers le haut et le point Z va décrire le périmètre du cercle (C) dans le sens des aiguilles d'une montre. En A' , la masse M atteint la hauteur $H+a$. La réaction R devient inférieure au poids P , le mouvement vertical s'arrête, et la masse M amorce un mouvement toujours vertical, mais vers le bas. Z poursuit son mouvement sur le cercle, en passant par B' , position initiale puis arrive en A .

Les points B et B' correspondent à la position initiale de hauteur H de la masse M , avant l'impulsion ΔP .

A chaque instant, la projection de OZ sur l'axe z , représente la position de la masse M oscillant sur le ressort K .

Lorsque le point Z se déplace sur le cercle, le vecteur OZ est animé d'une vitesse de rotation ω en radians/seconde.

A la position intermédiaire $Z1$ correspond la projection $z'1$ sur l'axe des z . De A à $Z1$, il s'est écoulé un temps t . Soit un repère Ozt . Reportons $z1$ dans ce nouveau repère en fonction du temps t , comme cela se passe dans l'expérience de la fig. 2.8. Au point $z'1$ va correspondre le point $z1 = f(t)$.

Ainsi, à chaque point Z , va correspondre un point z . Entre B et B' , il a été représenté deux positions intermédiaires de Z : $Z2$ et $Z3$. A ces points correspond $z'2$ et $z'3$ dans le repère Ozt , $z'2$ sur le mouvement descendant.

L'ensemble des points z forme une courbe $a = f(t)$. Cette courbe a la forme d'une sinusoïde.

En $Z1$, le rayon $OZ1$, fait un angle Φ avec la verticale d'origine. Nous appellerons Φ , la phase du mouvement.

Lorsque la masse M a effectué une oscillation complète sur le ressort de raideur K , le point Z correspondant, effectue un tour complet du cercle (C).

b) Définitions

• Lorsque le point Z a effectué un tour complet soit 360° ou 2π radians, il repasse par son point de départ A après un temps

$$t = T, \text{ tel que } 2\pi = \omega \cdot T, \text{ ou } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Ce temps T , mis pour revenir à l'origine dans le même sens de mouvement est appelé : **période** en secondes. La période se définit comme l'intervalle de temps que met la masse M pour repasser au même endroit dans le même sens.

• Dans un mouvement vibratoire, ω est appelé : **pulsation**.

• Lors du déplacement de Z sur le périmètre du cercle, le vecteur OZ fait un angle Φ avec l'axe AA' . La vitesse angulaire du mouvement de rotation : ω est la dérivée de l'angle Φ par

$$\text{rapport au temps, } \omega = \frac{d\Phi}{dt}$$

[RAPPELS]

Mais il est possible qu'au temps t de départ du mouvement, Φ soit différent de 0. Donc l'expression de Φ devient :

$$\Phi = \omega t + \Phi_0$$

Φ_0 est appelé : phase à l'origine, et se définit comme l'angle du vecteur OZ avec l'axe de référence au départ du mouvement.

Dans notre exemple, Z est parti de A donc, à $t = 0$, $\Phi_0 = 0$.

Pour que le mouvement soit uniforme, il suffit que ω soit constant.

• Nous définirons la fréquence du mouvement comme l'inverse de la période : $N = \frac{1}{T}$, soit $= \frac{\omega}{2\pi}$

L'unité est le Hertz (Hz), 1 Hz = 1 période par seconde.

A noter que le produit : $N \cdot T = 1$ est une constante.

• Considérons l'axe z et le segment AA' . La projection $z'1$ de $Z1$ à l'instant t sur l'axe z , définit le segment $Oz'1 = -a \cos \Phi$. Ce segment est appelé l'**élongation**.

• A partir du point A , au moment de la suppression de l'impulsion ΔP , la masse accélère dans un mouvement ascendant, puis ralentit pour s'arrêter en A' , puis accélère à nouveau dans un mouvement descendant pour ralentir et s'arrêter en A . Et ainsi de suite, la masse est sujette à une vitesse de déplacement et des phases d'accélération et de décélération.

Sur l'axe z , l'élongation est $z = a \cos \Phi$, avec : $\Phi = \omega \cdot t$

Ce qui permet de définir : - la vitesse de déplacement sur l'axe z :

$$v = \frac{dz}{dt} = -a \omega \sin \omega t \text{ et l'accélération, } Y = \frac{dv}{dt} = -a \omega^2 \cos \omega t = -\omega^2 \cdot z.$$

Sur un tour du point Z sur le cercle, soit sur une période, le mouvement est représenté tel qu'indiqué sur la fig. 2.12.

Elongation, vitesse de déplacement et accélération forment les paramètres cinématiques du mouvement vibratoire.

Le lien entre le mouvement circulaire uniforme et le mouvement vibratoire simple est traduit par le tableau de la fig. 2.11.

Le tableau de la fig. 2.13 résume l'évolution des paramètres du mouvement vibratoire sur une oscillation.

	Mouvement circulaire uniforme	Mouvement vibratoire simple
φ	Angle	Phase
φ_0	Angle au départ du mouvement	Phase à l'origine
ω	Vitesse angulaire	Pulsation
$\omega t + \varphi_0$	Angle horaire	Phase à l'instant t
a	Rayon du cercle	Amplitude ou élongation
O	Centre du cercle	Point 0 de la vibration
T	Période	
N	Fréquence	

Fig. 2.11 Récapitulatif entre la construction de Fresnel et un mouvement vibratoire.

Position de Z	A → Z1 → B → Z2 → A' → Z3 → B' → A → B					
t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T	$\frac{T}{4}$
$\omega \cdot t$ (rd)	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{\pi}{2}$
z	H-a ↗	H ↗	H+a ↘	H ↘	H-a ↗	H ↗
v	O ↗ aω	O ↘ -aω	O ↗ -aω	O ↘ aω	O ↗ aω	O ↘ aω
Y	+aω² ↘	O ↗ -aω²	O ↘ +aω²	O ↗ +aω²	O ↘ -aω²	O ↗ -aω²
Effort	P+ΔP	P	P-ΔP	P	P+ΔP	P

Fig. 2.13 Tableau résumant l'évolution des paramètres d'un mouvement vibratoire.

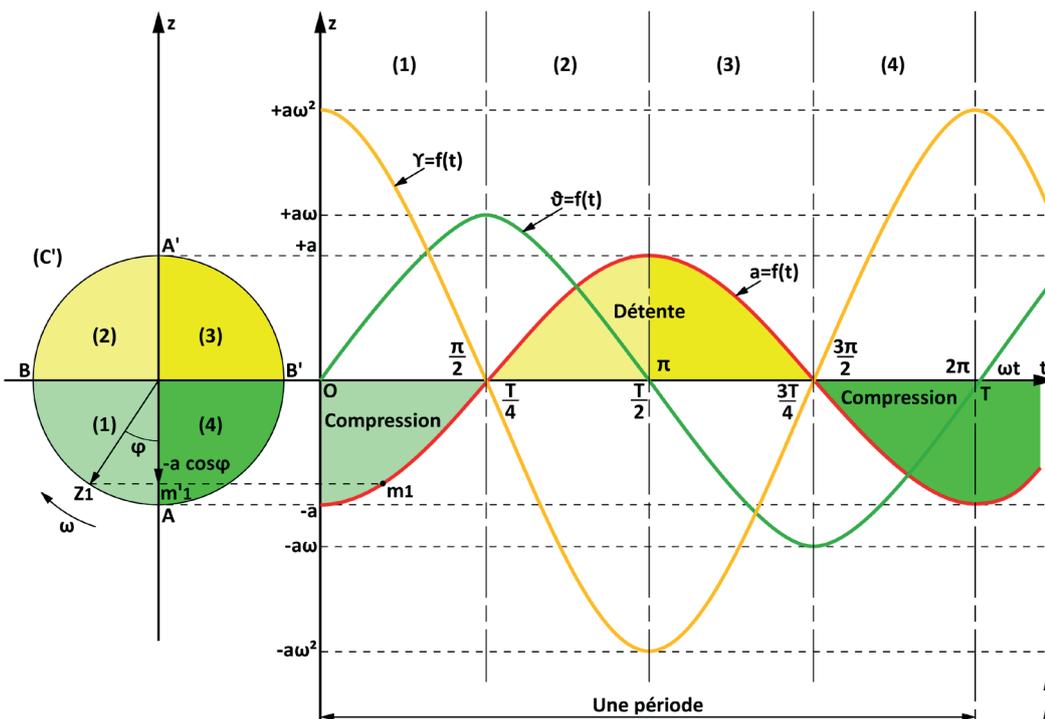


Fig. 2.12. Représentation des paramètres cinématiques d'un mouvement vibratoire.

c) Remarques

Figure et tableau montrent que :

1°) Si à $t = 0$, $z = -a$ et $v = 0$, ensuite, durant le premier quart de

période, ces deux paramètres se décalent de $\frac{\pi}{2}$.

Lorsque $v = 0$, $z = a$, puis v est maximum quand $a = 0$. Ce déphasage sera important lors de l'étude de l'amortissement. Cela est confirmé par les lois de la trigonométrie, v peut

s'écrire : $v = -a \omega \sin \omega t = a \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ donc décalé de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à z .

2°) z et Y sont maximums au même moment mais en opposition de phase. Lorsque z est positif, Y est négatif. Le déphasage

est de π ou $\frac{T}{2}$. Cela confirme l'expression :

$Y = -\omega^2 \cdot z$, et montre que l'accélération est toujours de signe opposé et proportionnelle à l'élongation. Ce que confirme la formule trigonométrique : $Y = a \cdot \omega^2 \cos(\omega t + \pi)$ décalé de π par rapport à z .

3°) Les maxima de v et de Y sont en opposition de phase et

décalés de $\frac{\pi}{2}$. Quand v est maximale, Y est nulle.

d) Équation du mouvement de la masse M

La masse M se déplace sur un axe vertical, il s'agit d'un mouvement à un seul degré de liberté. Nous appliquerons les hypothèses suivantes :

- La masse du ressort est négligeable devant la masse M suspendue.
- Les élongations restent dans le domaine élastique.

Soit z , l'élongation du mouvement, comptée à partir de la position d'équilibre telle que : $P = Mg = K \cdot z$.

Le mouvement est soumis à deux forces :

- Celle due à son inertie : $F = M \cdot Y$, comme $Y = \omega^2 \cdot z$, $F = M \cdot \omega^2 \cdot z$.
- La réaction du ressort : $R' = -K \cdot z$

A noter que les seules forces en cause : - celle due à l'inertie et -celle due à la force de rappel du ressort ne dépendent que de l'élongation.

Il y a en permanence équilibre entre ces deux forces : $M \cdot Y = -K \cdot z$ soit : $M \cdot Y + K \cdot z = 0$.

Ce qui peut s'écrire sous la forme : $M \cdot \omega^2 \cdot z + K \cdot z = 0$ équation générale d'un mouvement vibratoire non amorti.

e) Conséquences de l'équation de mouvement

1°) Le mouvement étant sinusoïdal, l'élongation z en fonction du

temps t , s'écrit : $z = a \cdot \sin \sqrt{\frac{K}{M}} \cdot t$.

2°) Définition de la pulsation propre. Cette équation générale peut se mettre sous la forme :

$$(M \cdot \omega^2 + K) \cdot z = 0.$$

Pour $z = 0$, $M \cdot \omega^2 + K = 0$. D'où l'on tire : $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$, avec K en N/m et M en kgs .

K et M définissent les paramètres du système vibratoire. Ils sont définis et fixes.

Nous appellerons l'expression : $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}}$ la pulsation propre.

Il s'agit d'une constante d'un mouvement vibratoire, telle que : $M \cdot \omega_0^2 = K$.

3°) La déflexion peut s'écrire : $d = \frac{M \cdot g}{K}$ soit = $\frac{M \cdot g}{M \omega_0^2}$ et en

introduisant l'expression de $\omega_0^2 = \frac{4\pi^2}{T}$ nous obtenons

$$d = \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2}$$

Avec les valeurs arrondies, $g \approx 10$ et $\pi^2 \approx 10$, nous obtenons pour T et d deux expressions simplifiées faciles à utiliser pour

une évaluation rapide : $d \approx \frac{T^2}{4}$, soit $T \approx 2\sqrt{d}$ avec d en m.

En choisissant une période $T = 1s$, soit une fréquence $N = 1 Hz$, cela donne une déflexion de $25cm$.

4°) La fréquence $N = \frac{\omega_0}{2\pi}$ devient : $N = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K}{M}}$, expression

fondamentale d'un mouvement vibratoire. Cette formule sera la base des raisonnements permettant de définir une suspension, avec pour principe :

« La fréquence sera d'autant plus faible, et le mouvement plus lent que le ressort sera plus souple pour une masse donnée. »

Quelques ordres de grandeur :

- Soit une fréquence : $N = 1Hz$, et nous verrons dans le § Confort l'importance de cette valeur :

$1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K}{M}}$, d'où : $2\pi = \sqrt{\frac{K}{M}}$ et $4\pi^2 = \frac{K}{M}$, avec $\pi^2 = 10$, cela donne un rapport de 1 à 40 entre la raideur K et la masse M .

- Comme $\omega^2 = \frac{K}{M}$, avec $\frac{K}{M} = 40$, $\omega = \sqrt{40}$, soit : $\omega = 2\sqrt{10}$ ou $\omega = 6,3 \text{ rd/s}$, toujours pour $N = 1 Hz$.

- Nous avons vu plus haut que $K = \frac{M \cdot g}{d}$,

$$\text{d'où } N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{M \cdot g}{M \cdot d}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{d}}$$

En reprenant la valeur $N = 1Hz$, $1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{d}}$ et $4\pi^2 = \frac{g}{d}$,

$$\text{soit : } d = \frac{g}{4\pi^2}$$

Toujours en arrondissant avec $g = 10$ et $\pi^2 = 10$, nous retrouvons $d = 25cm$.

Ce dernier raisonnement permet de déterminer la fréquence propre d'une suspension par la seule mesure de la déflexion statique.

Quelques ordres de grandeur utiles :

$$d = 1,0cm \rightarrow N = 5,0Hz$$

$$d = 4,0cm \rightarrow N = 2,5Hz$$

$$d = 10,0cm \rightarrow N = 1,6Hz$$

$$d = 12,5cm \rightarrow N = 1,4Hz$$

$$d = 15,0cm \rightarrow N = 1,3Hz$$

$$d = 25,0cm \rightarrow N = 1,0Hz$$

5°) Reprenons l'expression ; $Y = \omega^2 \cdot z$, ω^2 est de la forme :

$$\omega^2 = \frac{K}{M'} \text{ avec : } K = \frac{Mg}{d'} \text{ d'où : } Y = \frac{M \cdot g}{d} \cdot \frac{1}{M} \cdot z, \text{ soit : } Y = g \cdot \frac{z}{d}$$

En considérant que la masse suspendue M se déplace verticalement de la hauteur z d'un obstacle à franchir en bosse ou en creux, cela signifie que l'accélération verticale que subit la masse suspendue est :

$Y \text{ m/s}^2 = \text{accélération de la pesanteur} \cdot \frac{\text{hauteur de l'obstacle}}{\text{déflexion statique}}$

Nous constatons que cette accélération est indépendante de la vitesse de déplacement du véhicule. Ce qui dans la réalité n'est pas totalement exact en raison de l'effet de choc et de la variation de quantité de mouvement affectant la masse M . Mais cela permet une approche suffisante pour la prédétermination des éléments élastiques de la suspension.

Par exemple ; soit une suspension dont la déflection statique est 5cm . Le véhicule passe un obstacle d'une hauteur de 1cm , ce qui correspond à une hauteur d'obstacle courante. L'accélération verticale sera :

$$Y = 9,81 \cdot \frac{1}{5} \approx 2 \text{ m/s}^2, \text{ ce qui n'est pas négligeable.}$$

→ 2.3.4. Complément d'analyse apporté par la construction de Fresnel

Cette construction permet d'analyser le mouvement final dans le cas de plusieurs mouvements vibratoires de même axe. Chaque mouvement vibratoire est caractérisé par un vecteur OZ centré en O et tournant à une vitesse angulaire ω . L'axe Ox est l'origine des temps.

$OZ1$ représente un mouvement vibratoire d'amplitude $a1$. $OZ2$ représente un second mouvement vibratoire d'amplitude $a2 < a1$. Ces deux mouvements vibratoires ont la même pulsation ω . Cela signifie que nos deux vecteurs $OZ1$ et $OZ2$ tournent à la même vitesse. Comme ω est identique pour les deux mouvements, la période T du mouvement résultant est identique à la période T de chacun des mouvements.

a) Les mouvements sont en phase. Cf. fig. 2.14.

$OZ1$ et $OZ2$ ont la même direction et la même phase Φ par rapport à Ox , origine des temps.

$\Phi1 = \Phi2 = \Phi$. L'amplitude résultante du système sera l'addition des deux amplitudes : $a = a1 + a2$.

Toujours avec l'expression : $Y = \omega^2 \cdot z$. Introduisons la fréquence N , sous la forme : $\omega = 2\pi \cdot N$. L'accélération devient : $Y = z \cdot (2\pi \cdot N)^2$, soit : $Y = 40 \cdot z \cdot N$. Cela confirme que Y est indépendant de la vitesse du véhicule.

Par exemple, l'avant d'un véhicule franchit un obstacle de 3cm de hauteur. Si la fréquence de suspension est : $N = 1,2\text{Hz}$, l'accélération sera :

$$Y = 40 \cdot 0,03 \cdot 1,2 = 1,44\text{m/s}^2 \text{ ou } 0,15g$$

Chaque mouvement est représenté par une sinusoïde différente, $y1 = a1 \sin\omega t$ et $y2 = a2 \sin\omega t$.

La combinaison de ces deux mouvements présente trois cas particuliers dépendant de la position relative des vecteurs $OZ1$ et $OZ2$ par rapport à l'axe origine des temps donc des phases à l'origine : $\Phi1$ et $\Phi2$.

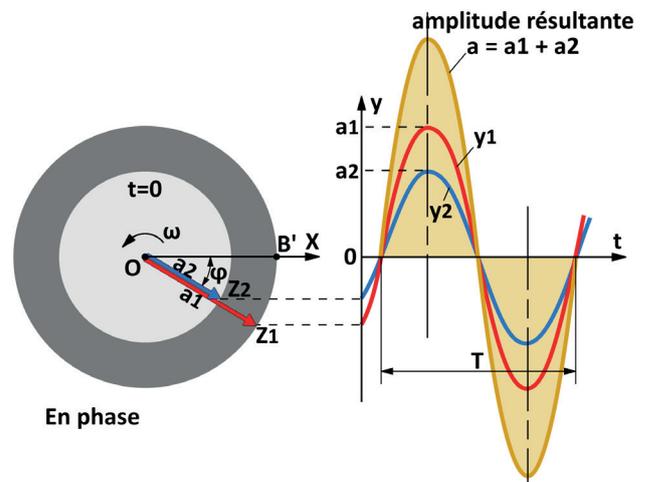


Fig. 2.14. Deux mouvements vibratoires, en phase.

b) Les mouvements sont en opposition de phase. Cf. fig. 2.15.

$OZ2$ est décalé de π par rapport à $OZ1$. Ils ont la même direction d'axe support mais, l'un est opposé à l'autre.

$\Phi1 + \Phi2 = \pi$. Nous retrouvons nos deux sinusoïdes précédentes, mais à chaque instant, lorsque $y1$ est positif, $y2$ est négatif. La conséquence sur l'amplitude résultante est que les deux mouvements se contrarient : $a = a1 - a2$.

Ce cas particulier, en opposition de phase, sera utile lorsqu'interviendront les différentes masses composant un ensemble de suspension.

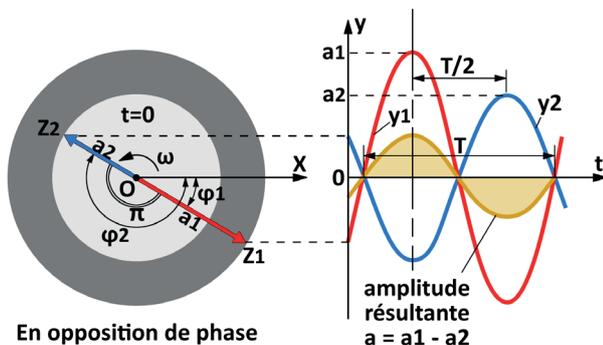


Fig. 2.15 Deux mouvements vibratoires en opposition de phase.

c) Les deux mouvements sont en quadrature.

Cf. fig. 2.16.

OZ_1 et OZ_2 sont décalés de $\frac{\pi}{2}$. $\Phi_2 = \Phi_1 + \frac{\pi}{2}$.
L'amplitude résultante sera la composition $OA^2 = OA_1^2 + OA_2^2$, soit : $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

d) Cas général

Les mouvements ont des phases distinctes. $\Phi_1 \neq \Phi_2$. La représentation vectorielle de Fresnel permet de préciser la différence de phase, ou déphasage, entre les deux mouvements : $\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$, et l'amplitude résultante. A la différence de phase correspond un décalage horaire :

$$t = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\omega}$$

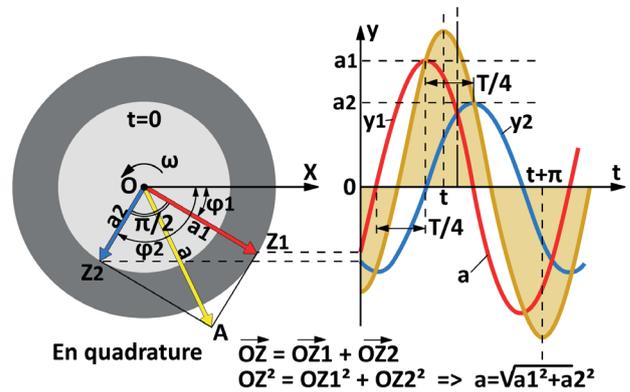


Fig. 2.16 Deux mouvements vibratoires en quadrature.

→ 2.3.5 Particularités du mouvement vibratoire amorti

Tout mouvement est naturellement amorti. Avec le temps, l'amplitude du mouvement diminue pour finalement s'arrêter. La réduction naturelle de l'amplitude est le résultat d'une dissipation d'énergie agissant comme l'action d'un freinage,

appliqué dans les deux sens du mouvement. Cette dissipation d'énergie définit l'amortissement.

Nous distinguerons essentiellement deux types d'amortissement :

a) L'amortissement par frottement solide,

qui, pour un réglage donné produit une force constante et indépendante du mouvement. Pour qu'il y ait mouvement, il faut appliquer un effort minimal d'une valeur équivalente à l'effort de frottement, et ce, chaque fois que la vitesse du mouvement s'annule.

Des forces de frottement sont présentes dans tous les mécanismes. Le guidage de la roue nécessite des articulations soumises lors de ses débattements à des forces de frottement. Dans la définition de l'amortissement il sera nécessaire d'en tenir compte.

Un tel amortissement se caractérise par : Cf. fig. 2.17.

- Une période T constante et identique à celle du mouvement non amorti.
- Des amplitudes décroissantes suivant une progression arithmétique.
- Un mouvement qui ne s'arrête pas nécessairement à la position d'équilibre de départ. Cet arrêt peut être décalé de : $\pm \Delta z$, suivant l'importance du frottement. Le mobile reste à la position où il est lorsque la force de rappel du ressort est inférieure à la force de frottement. C'est cette particularité qui rend le frottement pénalisant pour le fonctionnement d'une suspension.

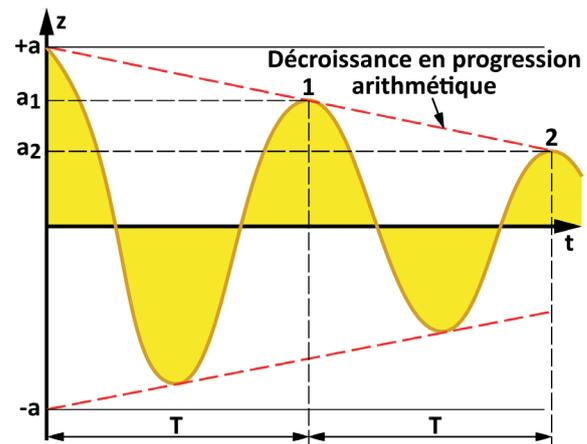


Fig. 2.17 Amortissement par frottement solide.

b) L'amortissement par frottement fluide

Il s'agit de l'amortissement créé, par exemple, par la résistance de l'air. En laissant la masse osciller librement sur le ressort, nous constatons que le mouvement s'arrête sous l'effet d'un amortissement naturel. Un tel amortissement se caractérise par :

- Une diminution progressive de l'amplitude. Cf. fig. 2.18. Après un temps t_1 , l'amplitude a est devenue $a_1 < a$ et après $t_1 + T$, $a_2 < a_1$. A noter que l'écart marquant la diminution d'amplitude

diminue avec le temps, tel que : $\frac{a_1}{a_0} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots$

La diminution d'amplitude suit une progression géométrique. Elle est la conséquence de deux phénomènes :

- La masse se déplace dans l'air, cet air est un fluide qui oppose une résistance au mouvement du volume que constitue la masse.
 - En mouvement, le ressort se déforme, cette déformation consomme de l'énergie, qu'il puise dans sa réserve d'énergie potentielle.
- La période T reste pratiquement constante.

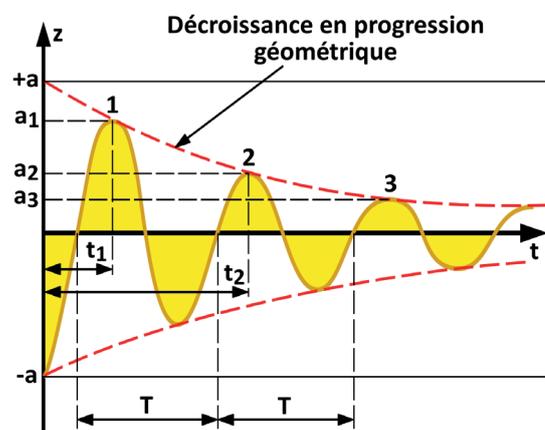


Fig. 2.18 Amortissement fluide.

c) L'amortissement fluide devient amortissement visqueux

lorsqu'il est fourni par un système hydraulique complémentaire, installé en parallèle du ressort entre la masse et le support. Cf. fig. 2.19. Le terme visqueux est issu de la notion de viscosité appliquée au fluide utilisé.

Dans un tel système, l'effort de freinage est obtenu par le laminage de l'huile lors de son passage dans des orifices calibrés régulés par des soupapes ou des clapets. Cet effort est à tout instant, fonction de la vitesse de déplacement de la masse suspendue sur son ressort.

La force d'amortissement visqueux a pour expression : $F_a = C \cdot v$, dans laquelle :

$$- v = \frac{\Delta z}{\Delta t} \text{ avec } v = \text{vitesse de déplacement de la suspension en}$$

m/s, et F_a en N.

- C est appelé : le **coefficient d'amortissement**, ou **viscance**, valeur > 0 propre à tout système amorti.

C caractérise la décroissance de l'amplitude du mouvement. Pour $C = 1$, $a_1 = a$.

Ce principe d'amortissement possède la caractéristique de ne pas modifier la position d'équilibre statique, c'est-à-dire la position de la masse sur son ressort avant toute impulsion ΔP . Contrairement à la situation rencontrée avec un frottement solide, le mouvement s'arrête à sa position de départ, soit la position d'équilibre statique.

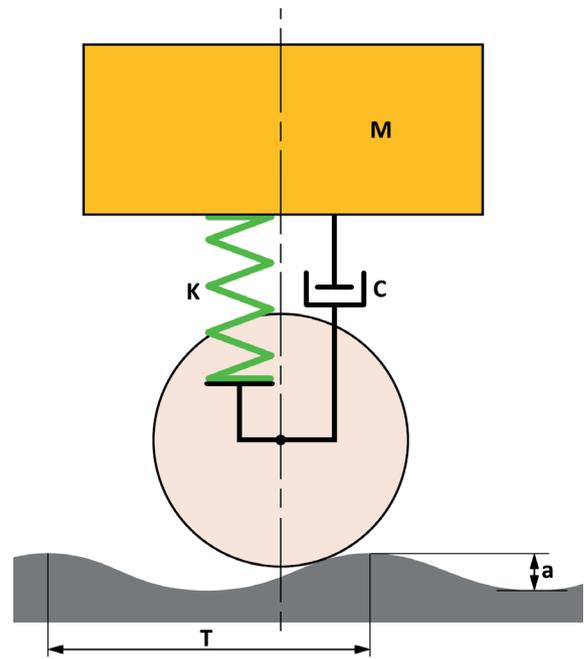


Fig. 2.19 Schéma de principe d'une suspension à amortissement visqueux.

d) Équation du mouvement libre amorti

A l'équation du mouvement non amorti, Cf. § -2.3.3.4, s'ajoute l'effort d'amortissement et devient : $M \cdot \ddot{z} + C \cdot \dot{z} + K \cdot z = 0$ qui

peut se mettre sous la forme : $M \cdot \frac{d^2z}{dt^2} + C \cdot \frac{dz}{dt} + K \cdot z = 0$

équation différentielle du deuxième ordre, dans laquelle :

- $M \cdot \frac{d^2z}{dt^2}$ représente la force d'inertie,
- $C \cdot \frac{dz}{dt}$ la force d'amortissement,

• $K \cdot z$ la force élastique.

Le second membre est égal à 0, car aucune autre force extérieure n'intervient sur le système.

La deuxième partie de cet ouvrage sera consacré à la résolution de cette équation ainsi qu'à l'étude des systèmes d'amortissement visqueux.

→ 2.4 LA ROUTE - LES DIFFÉRENTES VOIES DE CIRCULATION

La route est le paramètre de roulage générateur de perturbations pour notre suspension. Ses caractéristiques :

- type et qualité du revêtement,
- profil en long,
- état de surface, seront des éléments à prendre en compte dans la conception de la suspension.

Cela pourra nécessiter une architecture d'essieux et de suspensions spécifique selon le type de route utilisé, non seulement pour la recherche du confort mais aussi pour l'indispensable adhérence des roues sur le sol.

Les réseaux routiers ont beaucoup évolué en qualité, mais gardent des imperfections.

→ 2.4.1 Les différentes voies de circulation

Ces voies, surfaces communes dédiées à la circulation, forment un réseau, chargé de drainer les différents trafics. Ces voies sont classées en fonction de :

- l'importance du trafic : Autoroute, Route Nationale, Départementale, Communale, Chemin vicinal. Ces différents types de routes se différencient par le débit et la vitesse qu'elles permettent. Plus le débit sera important et la vitesse élevée, plus leurs caractéristiques devront présenter un niveau de qualité élevé.

Les problèmes de confort vont plus se rencontrer sur les voies à faible débit et vitesse faible.

- leurs caractéristiques géométriques : largeur, profil en long, profil en travers.
- la nature de la couche de roulement faisant office de revêtement.

→ 2.3.2 Les caractéristiques marquantes pour les mouvements de la suspension

a) La couche de roulement

La couche de roulement est la partie superficielle, visible d'une route. Une sorte de peau. Elle représente la partie sur laquelle le pneumatique va rouler. Pour obtenir l'adhérence nécessaire à la motricité et aux changements de direction, la roue, soumise à la pesanteur, doit rester en contact permanent avec la couche de roulement, donc suivre ses imperfections, franchir ses déformations. Cela induit en permanence des mouvements verticaux des moyeux et ce sont ces mouvements verticaux que la suspension devra « filtrer » pour obtenir la meilleure performance.

La couche de roulement est un produit à durée de vie longue, son remplacement et son entretien demandent la mise en œuvre de moyens lourds et coûteux. Son auscultation et son entretien doivent être réguliers, voire systématiques

Nous distinguerons deux types de chaussées :

- La **chaussée rigide** dispose d'une couche de roulement dure constituée de pierres, ou granulat, maintenues rigidement en place par un liant : l'asphalte. Un autre type de revêtement est le béton constitué de graviers, plus ou moins grossiers, rigidifiés par un liant : le ciment.

b) Les paramètres de la couche de roulement influant sur le confort

- La **rugosité**. Les granulats de la couche de roulement sont des pierres, de différentes grosseurs, de différentes formes, étalées sur le sol, enchevêtrées entre elles. Cf. le tableau ci-dessous.

Dimensions	Appellation
$D > 20 \text{ mm}$	Cailloux
$20 \text{ mm} > D > 20 \mu\text{m}$	Gravier
$2 \text{ mm} > D > 20 \mu\text{m}$	Sable
$20 \mu\text{m} > D > 2 \mu\text{m}$	Limon
$2 \mu\text{m} > D$	Argile

Tableau précisant l'appellation des granulats selon leur dimension.

La taille et la forme de ces pierres définissent une rugosité, défaut géométrique de surface. Cette rugosité est classée selon une échelle basée sur la dimension de la pierre. Cf. fig. 2.21. Plus sa taille sera importante, plus grand sera l'espace vide entre deux pierres. Si l'espace est vide, cela signifie que la roue ne porte pas.

- La **chaussée non revêtue**, n'a par définition aucun revêtement. La couche de roulement peut être le sol naturel plus ou moins compacté par le trafic de véhicules. Ce sol naturel peut être recouvert de matériaux complémentaires pour renforcer son assise. Cf. fig. 2.20. Mais aucun liant n'est présent pour rigidifier les éléments de ce matériau complémentaire. Une chaussée non revêtue est très vulnérable au trafic et aux conditions météo. Elle s'endommage rapidement, surtout par temps de pluie.



Fig. 2.20 Chaussée non revêtue, renforcée par un apport de cailloux.

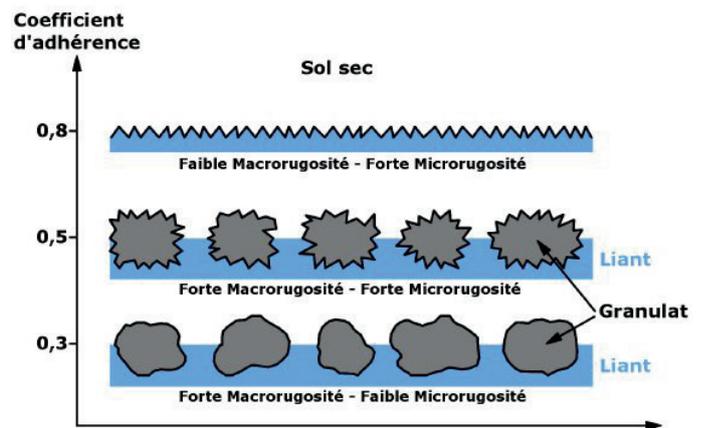


Fig. 2.21 La rugosité en fonction de la taille du granulat et influence sur le coefficient d'adhérence.

Ainsi, la succession de pierres et d'espaces vides va solliciter la roue en vertical à une fréquence qui, pour une vitesse donnée, sera d'autant plus basse que les pierres seront plus grosses. Cf. fig. 2.22.

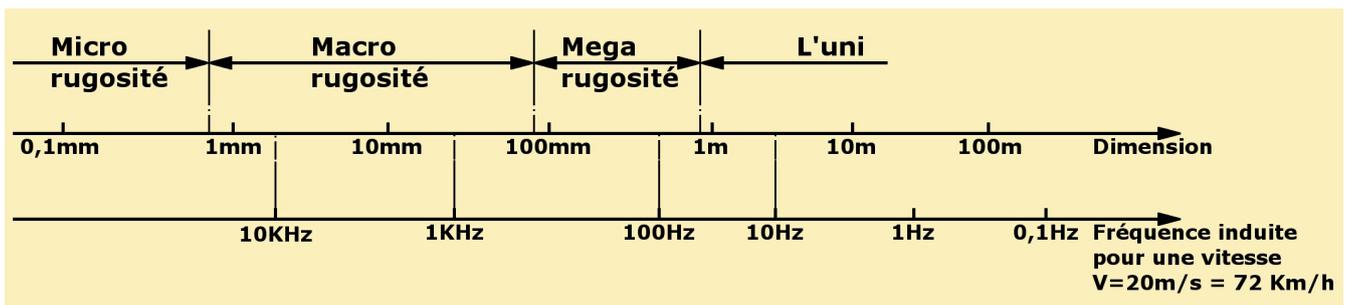


Fig. 2.22 Rugosités et taille des granulats : incidence sur les fréquences induites.

- La **planéité** (également appelé l'uni). Ce paramètre définit des défauts du plan de la route, dont les dimensions dépassent le m.

Si planes que soient les routes utilisées par un véhicule, leur nivellement n'est jamais parfait. Chacune, selon sa

nature et l'importance du trafic présente une succession de macro déformations en creux ou en bosse, isolées ou non, et géométriquement plus ou moins prononcées. Cf.fig. 2.23.

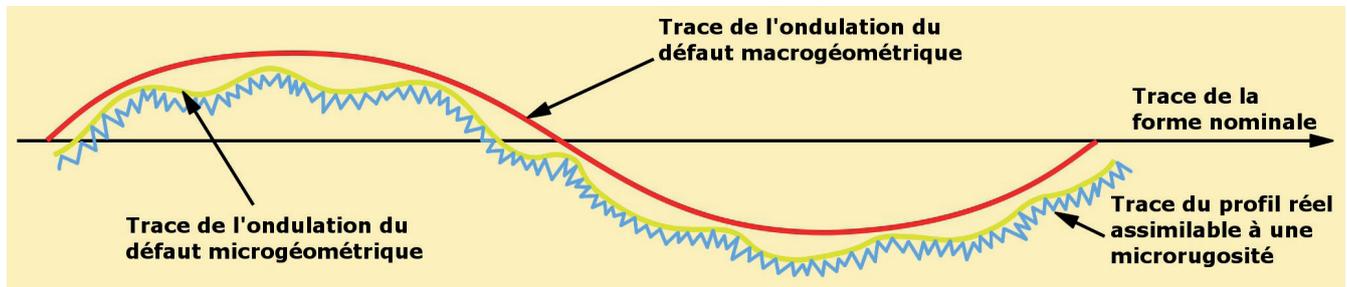


Fig.2.23 Les défauts de planéité.

Les défauts de planéité sont des dénivellations, des ondulations, autant de déformations permanentes produites par des charges verticales dépassant la capacité du sol de fondation de la route.

Les défauts de planéité créés par un défaut de fondation permettent d'introduire la notion de portance d'un sol. Cette notion devient une caractéristique majeure de la diversité des chaussées non revêtues. Un sol sera plus ou moins déformable selon la nature des matériaux le constituant ainsi que sa teneur en eau. Plus le sol sera déformable sous un trafic donné, plus il aura tendance à créer des défauts de planéité.

Sur une chaussée rigide, les défauts de planéité peuvent aussi être liés à la qualité des moyens de mise en œuvre de la couche de roulement et à son épaisseur, donc de l'importance de la voie considérée.

La planéité d'une voie de circulation est la qualité essentielle requise pour un bon confort.

• Le niveau d'usure et l'état d'entretien.

En fonction de l'intensité du trafic, de la vitesse moyenne et du type de véhicules utilisant la voie, notamment leur tonnage, une couche de roulement s'use et se modifie suivant le nombre de passages et l'âge de la couche. Le martelage successif des pavés de gomme des pneumatiques provoque une diminution de la rugosité par : - polissage, - effritement et - arrachage partiel des granulats. Lorsque l'usure ne concerne qu'une diminution de la rugosité, il s'agit alors d'une évolution positive pour le confort.

L'usure et le manque d'entretien provoquent des dégradations, d'importances inégales, plus ou moins localisées. Une autoroute à fort trafic disposera d'une maintenance plus importante qu'un chemin communal. Les problèmes de confort et de qualité de suspension seront ressentis de façons différentes sur l'une ou l'autre des voies.

- La couche de roulement présente d'autres défauts qui apparaissent en fonction du rapport : charge du trafic / qualité de la fondation. Quelques cas de défauts couramment rencontrés :

- Le « nid de poule » est l'arrachage localisé de la couche de roulement. Cf. figs.2.24. et 2.25. C'est une cavité en creux, plus ou moins profonde, souvent de forme arrondie et à bords francs. Il s'agit d'un défaut aléatoire, souvent difficile à éviter, très pénalisant pour le confort car il s'agit d'un obstacle qui crée un choc dans la suspension sous forme d'une impulsion violente, de courte durée.



Fig.2.24 Plusieurs nids de poule de différentes profondeurs sur une chaussée non revêtue.



Fig. 2.25 Exemple de formation de nids de poule sur une chaussée rigide, par disparition localisée de la couche superficielle de roulement.

- La « **tête de chat** » est l'apparition, sur une chaussée non revêtue, de pierres de grande taille, provenant de la fondation. Elle forme une saillie de plusieurs centimètres de haut et crée également un choc. Cf. fig. 2.26.



Fig. 2.26 Exemple de têtes de chat.

- L'**ornière** est une trace longitudinale irrégulière, plus ou moins profonde, que laisse le passage des roues. L'ornière laisse des lignes qui ne sont pas nécessairement dans l'axe de la route et qui ne correspondent pas à la voie du véhicule. L'ornière perturbe le guidage de la roue et peut provoquer des louvoiements du véhicule. Cf. fig. 2.27.



Fig. 2.27 Chaussée rigide dégradée avec ornière longitudinale. Les réparations successives créent des différences de surface qui sont autant d'obstacles verticaux.

- La « **saignée** » est une rainure transversale dont le creux est plus ou moins profond et plus ou moins large. Sur l'exemple de la fig. 2.28, ces saignées ont une hauteur de 3 à 4 cms, une largeur de 15cms et sont espacées d'environ 5m.

- Le « **cassis** » est une saignée en bosse. Le meilleur exemple de cassis est le « **dos d'âne** » ou le « **gendarme couché** »

- La « **tôle ondulée** » est une ondulation transversale à l'axe de roulage, succession de saignées et de cassis, provoquée par le passage des camions. Il s'agit d'un défaut fréquent sur sol meuble, mais aussi sur sol revêtu lorsque la couche de fondation de la route ne supporte pas le tonnage du trafic. La tôle ondulée apparaît lorsqu'un défaut de la couche de roulement provoque la mise en vibration de la suspension d'un type de véhicule déterminé empruntant majoritairement la voie considérée. La succession de $+\Delta P$ et $-\Delta P$ induit des creux et des bosses dont la succession est régulière et dépendante de la fréquence de suspension de l'essieu le plus chargé. Cette ondulation se caractérise par une amplitude de plusieurs cms et un pas (ou longueur d'onde) de 60 à 100cms. Cf. figs. 2.29, 2.30 et 2.31.



Fig. 2.28 Exemple de saignées transversales d'écoulement d'eau sur sol non revêtu.



Fig. 2.29 Zone de tôle ondulée dans une courbe sur une chaussée non revêtue. Cela forme des barres transversales régulièrement espacées.



Fig. 2.30 Détail de la zone précédente.



Fig. 2.31 Détail d'une zone de tôle ondulée à l'intérieur d'une courbe.



Fig. 2.32 Route pavée.

- Les « pavés ». Ce sont des cubes de pierre de 10 à 20 cms de côté, tenus par des joints en ciment. Cf. fig.2.32. Par souci de disponibilité de matériaux et pour réduire les coûts, ces cubes sont remplacés par de grosses pierres provenant des alluvions de rivière. Cf. fig. 2.33.
- Les « raccordements ». Ce sont : - soit des joints de dilatation entre dalles en béton, - soit des changements de revêtements sur le déroulé d'une route. Cf. fig. 2.34. Ils introduisent un mouvement vertical, brutal et régulier dans la suspension.
- Les « ondulations ». Il s'agit de défauts géométriques du profil en long, une sorte de tôle ondulée, mais avec un pas supérieur à l'empattement habituel d'un véhicule. Un défaut de planéité à grande échelle. Cf. fig. 2.35.



Fig. 2.33 Route pavée, constituée de grosses pierres de rivière. La surface est totalement aléatoire.



Fig.2.34 Raccordement de plaques de béton.
Ces raccordements forment un obstacle vertical de faible hauteur mais régulièrement espacés.



Fig. 2.35 Exemple d'ondulations sur chaussée souple (sable).

- La **fissuration** de la surface de la couche de roulement. La cause est souvent due à une fondation insuffisante pour les tonnages supportés, et/ou un trafic inapproprié en période de dégel. Cela provoque des petits chocs aléatoires dans la suspension. Cf. fig. 2.36.

Avec la vitesse, les caractéristiques géométriques de ces obstacles ne changent pas, mais ils se succèdent plus rapidement. Le résultat est une augmentation de la fréquence des perturbations induites par le sol. Le nombre et la géométrie de ces perturbations peuvent, à un moment donné et selon la suspension du véhicule considéré, engendrer une vitesse limite de progression. D'où la nécessité de bien préciser lors de la conception d'une suspension, la mission du véhicule. Dans cette mission, devront être définis les types de route sur lesquelles il va évoluer, pour répondre aux besoins de l'utilisateur.



Fig. 2.36 Chaussée rigide dégradée avec amorce de nid de poule et présentant des obstacles aléatoires.

→ 2.4.3 Tous ces défauts ont des caractéristiques communes, ils sont majoritairement en bosse ou en creux

Pour la suite de cette étude, nous n'en retiendrons que trois :

- La **saignée** qui, dans le sens de déplacement du véhicule, se caractérise par sa hauteur ou profondeur : **a** et sa longueur : **L**. Le bord peut être soit franc soit incliné. Cf. fig. 2.37. a) et b)
- Le « **dos d'âne** » ou « **gendarme couché** » qui est le contraire de la saignée. Il s'agit d'une **bosse** qui se caractérise également par sa hauteur : **a** et sa longueur : **L**. Cf. fig. 2.37. c)

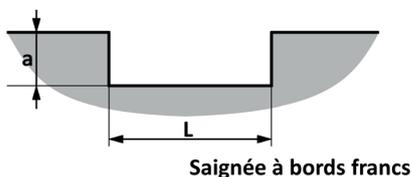


Fig. 2.37 a) Saignée à bords francs.

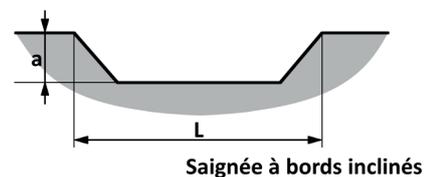


Fig. 2.37 b) Saignée à bords inclinés.

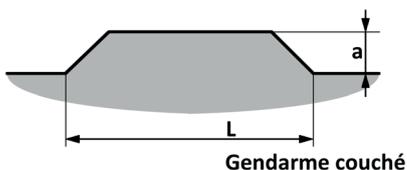


Fig. 2.37 c) Dos d'âne

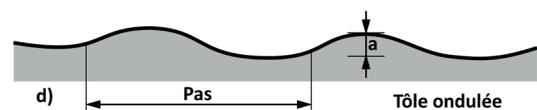


Fig. 2.38 Tôle ondulée.

- La « **tôle ondulée** », succession régulière de saignées et de gendarmes couchés, caractérisée par son **pas** et sa hauteur : **a**. Elle imprime à la suspension une succession de mouvements verticaux : compression et détente selon une loi sinusoïdale. Cf. fig. 2.38.
- **Indice de courbure**. Pour ces défauts, le produit : **L · a**, ou **Pas · a**, représente une surface qui caractérise l'ampleur du défaut, donc l'importance de la perturbation pour le système vibratoire qu'est notre suspension. Nous l'appellerons : **l'indice de courbure**.

→ 2.5 LES 6 D° DE LIBERTÉ

Un degré de liberté est la possibilité d'un mouvement, que ce soit une translation ou une rotation.

La route forme un plan en deux dimensions : longueur et largeur. Le véhicule posé sur ce plan ajoute une troisième dimension : la verticale. Ces trois dimensions définissent un trièdre de référence : **Gxyz**, positionné en **G** centre de gravité du véhicule. Cf. fig. 2.39.

Ce trièdre trirectangle permet d'attribuer à tout point, trois coordonnées cartésiennes, **x, y, z**, qui le positionne dans l'espace.

Ce trièdre définit trois plans :

- un plan **horizontal** contenant la projection des axes **Gx** et **Gy**.
- un plan **transversal** contenant les axes **Gz** et **Gy**.
- un plan **longitudinal** contenant les axes **Gx** et **Gz**.

A partir de ce trièdre, il est possible de définir les mouvements élémentaires d'un véhicule, chacun de ces mouvements représentant un degré de liberté. Nous définirons :

- Trois **déplacements**, chacun étant un mouvement suivant un axe, définis ainsi :
 - l'**avance**, selon l'axe **Gx**, dans le sens de progression du véhicule.

- la **dérive**, selon l'axe Gy , est un mouvement transversal.
- le **pompage**, selon l'axe Gz , est un mouvement rectiligne vertical.

b) Trois **rotations**, chacune autour d'un axe.

- le **roulis**, autour de Gx . Dans la pratique, le roulis est une rotation autour d'un axe Ox , avec O centre de roulis distinct de G . Par commodité, nous admettrons que O est positionné en G .
- le **galop**, autour de Gy . Comme pour le roulis, par commodité, nous placerons le centre de galop O' en G . Ce mouvement de galop se décompose en :
 - **cabrage** lors des phases d'accélération,
 - **plongée** ou à piquer lors des phases de décélération.
- le **lacet**, autour de Gz . Le lacet apparaît lors des phases de changement de direction.

En roulage, ces mouvements interfèrent entre eux, ils sont dits : **couplés**.

Sur le plan physiologique, l'être humain habitué à la marche, donc à se déplacer dans le plan longitudinal, sera moins sensible aux mouvements de galop qu'aux mouvements de roulis qui se situent dans le plan transversal. La conséquence est que les mouvements dans le plan transversal seront jugés plus inconfortables que les mouvements dans le plan longitudinal.

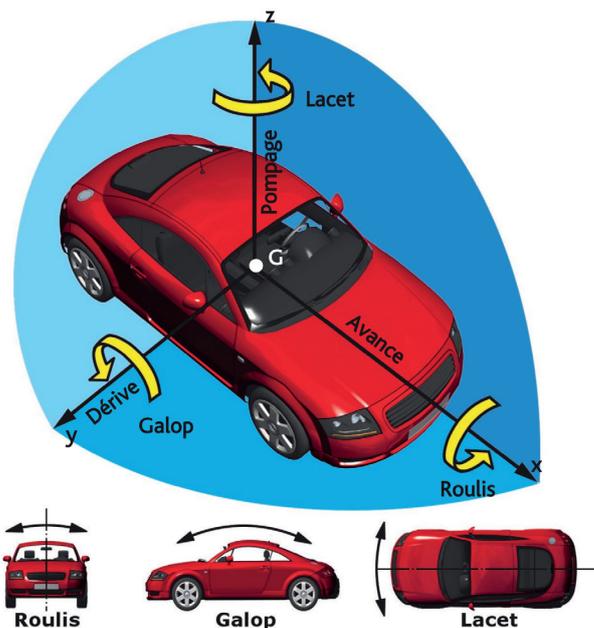


Fig. 2.39 Le trièdre de référence et les six degrés de liberté.

→ 2.6 LA NOTION DE CONFORT

Si au 16^e siècle apparaît un élément élastique entre la caisse et l'essieu de notre chariot, c'est dans le but d'éviter que les passagers n'aient à subir en direct les imperfections de la route et ainsi apporter un peu de confort. La notion de confort est un élément majeur du cahier des charges de la conception d'une suspension d'un véhicule.

Mais au fil du temps, la qualité des routes s'améliorant, les vitesses ont augmenté. Les mouvements correspondants aux

6 degrés de liberté selon les 3 axes du trièdre de référence $Gxyz$ (Cf. § 2.5.) prennent de l'importance. L'ensemble des mouvements possibles va être subi par les passagers et avoir une influence sur la sensation de confort du véhicule.

Le corps humain a la particularité d'être sensible aux mouvements de ses membres, ainsi qu'aux accélérations, les uns et les autres pouvant être volontaires ou subis.

→ 2.6.1 Qu'est-ce que le confort ?

Il s'agit d'une notion très subjective dépendant de chaque individu, donc difficile à caractériser. Confort est synonyme de bien-être, et désigne la situation lors de laquelle, le corps humain a un ressenti agréable.

Par opposition, l'inconfort signifie des situations désagréables, pénibles, perturbantes.

Le confort pour un passager d'un véhicule consiste à ne pas ressentir de secousses ou de mouvements excessifs.

L'aspect subjectif implique un paramètre humain dans lequel interviennent :

- les **sens** : vue, toucher, ouïe.
- des notions de **psychologie**.

Les sens sont mis en fonction par des stimulations extérieures telles que :

- le mouvement du corps par rapport à la route et par rapport au véhicule,
- les efforts subis lors des accélérations et particulièrement les accélérations verticales,
- le bruit provoqué par les irrégularités de la route et les mouvements de caisse du véhicule.

Lors du roulage d'un véhicule sur un sol aléatoire, il se crée

une relation entre la grandeur physique engendrée par les perturbations rencontrées et l'effet psychologique qu'elles produisent. Cet effet psychologique étant fortement subjectif, il induit une échelle d'estimation propre à chaque individu entre la grandeur physique de l'intensité de la vibration et son impact psychologique.

Exemples de grandeurs physiques : un déplacement, une vitesse, une accélération, une impulsion ou une secousse suite à un choc, etc. qui se traduisent par des mouvements : horizontaux, verticaux, et de rotation.

A noter que ces grandeurs physiques s'expriment en terme : d'amplitudes, d'effort, de vitesse, à des fréquences données et que le ressenti sera le résultat du traitement de ces signaux par le cerveau.

Aussi, selon son vécu, un individu aura une réaction différente face au confort ou à l'inconfort.

Comme il n'est pas possible d'utiliser un paramètre unique et universel pour définir le confort, les exigences en ce domaine peuvent varier et sont en perpétuelle évolution.

→ 2.6.2 Les sources d'inconfort

Dans le cadre de cette étude sur la Suspension, nous en retiendrons trois :

1°) **Les irrégularités de la route.** Quelle que soit la qualité du sol sur lequel se déplace un véhicule, il roule sur une surface irrégulière, dont les défauts sont positionnés au hasard. Ces défauts sont divers et participent par les mouvements qu'ils induisent sur le véhicule à la sensation de roulage (Cf. détails § 2.4.). Ces irrégularités, par définition aléatoires, représentent, selon leur importance, la principale source d'inconfort. Lorsqu'elles sont de faible amplitude, mais régulières, comme par exemple sur une route pavée, elles induisent des vibrations transmises via la caisse aux passagers. Elles sont aussi la source de bruits de roulement.

Le passage d'une irrégularité de la route est un obstacle à franchir pour la roue. Cela engendre des efforts verticaux mais également horizontaux. Cf. fig. 2.40.

2°) **Les mouvements du véhicule** induits par les manœuvres du conducteur. Plus ces mouvements seront amples et rapides, plus ils seront source d'inconfort.

3°) **Le type de véhicule.** Il ne pourra être demandé le même niveau de confort à un véhicule utilitaire qu'à un véhicule de tourisme. La mission dévolue à ces deux types de véhicule est bien différente. La notion de confort sera liée à l'usage du véhicule.

→ 2.6.3 Les différentes phases de roulage et les effets du facteur de charge

Le corps humain est soumis à la force verticale de la pesanteur. Abandonné à lui-même, il tombe sur le sol. Lorsque le corps est au repos, cette force verticale produit une accélération de $1g$, elle est appelée : **facteur de charge**. C'est la force, dirigée vers le bas, que tout passager d'un véhicule subit en roulage, assis dans une voiture roulant à vitesse constante sur sol parfaitement plat. Cf. fig. 2.41.

Au passage d'une irrégularité de la route, telle qu'une bosse, un dos d'âne, à vitesse constante, la force verticale que subit le corps de notre passager est modifiée. Elle va, selon les caractéristiques de la suspension équipant le véhicule, tout d'abord augmenter lorsque le véhicule va se lever sous l'effet de F_z , $g > 1$, pour ensuite diminuer, lorsque le véhicule va redescendre par la suppression de F_z , obstacle franchi $g < 1$. Cf. fig. 2.42. Si la vitesse du véhicule est élevée, il peut décoller, pour ensuite, lors de la reprise de contact avec le sol, produire un choc. Lors de ce choc le facteur de charge peut être très élevé.

Par contre, lorsque le véhicule accélère sous F_a , ou décélère sous F_f , cette accélération crée une force d'inertie additionnelle. Cf. 2.43.

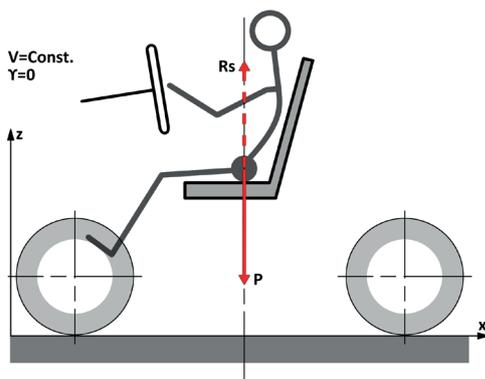


Fig. 2.41 A vitesse constante sur sol plat, le poids du corps est équilibré par la réaction du siège.

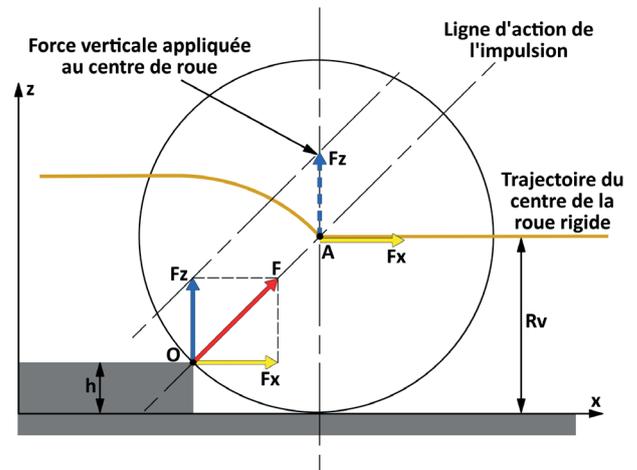


Fig. 2.40 Efforts transmis à une roue rigide lors du passage d'un obstacle.

A noter que ces sources, isolées l'une de l'autre pour les besoins de l'analyse, sont en fait interconnectées entre elles. Il n'y a pas de mouvements relatifs du corps d'un passager, assis sur son siège, par rapport au véhicule qui le transporte. Ce sont les mouvements du véhicule qui vont modifier la position de son corps dans l'espace, donc par rapport au sol sur lequel roule le véhicule.

La résultante des forces, et par conséquent la direction et la grandeur du facteur de charge agissant sur le passager, changent d'orientation. Cela donne une impression à « cabrer » lors d'accélération et à « piquer » lors des décélération.

Ceci peut être amplifié par les modifications de la position du véhicule provoquées par le transfert de charge entre l'avant et l'arrière. Il en est de même dans le cas du virage avec la prise de roulis.

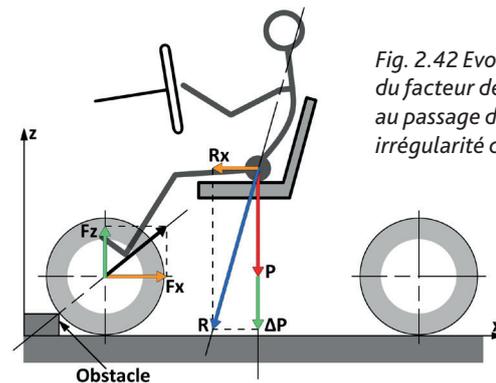


Fig. 2.42 Evolution du facteur de charge au passage d'une irrégularité de la route.

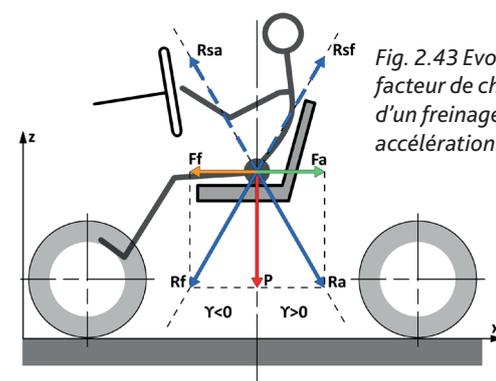


Fig. 2.43 Evolution du facteur de charge lors d'un freinage ou d'une accélération.

2 [RAPPELS]

Ce facteur de charge est aussi modifié lors des changements de direction. Cela correspond au virage pendant lequel, le véhicule est soumis à un effort latéral F_y .

Les variations d'efforts subies par notre passager sont analysées par une multitude de « mécano-détecteurs » positionnés à des endroits précis de son corps. (Cf. § : 2.6.4.)

A noter que dans les tâches de la vie courante :

- le corps se balance beaucoup plus d'avant en arrière que latéralement ou verticalement.
- les g positifs, soit > 1 sont mieux supportés par le corps humain que les $g < 1$. Cela se vérifie par le ressenti dans un ascenseur.

Mais dans une voiture, ces écarts de facteur de charge sont de courte durée : 1 à 2s maxi.

Lors d'un roulage sur route, les imperfections du sol induisent des vibrations verticales plus ou moins filtrées par la suspension. Comme cela a été examiné plus haut (Cf. § 2.6.1.) ces vibrations se caractérisent par : - leur amplitude et - leur fréquence. Selon la valeur de ces paramètres, l'activité mentale et physique d'un conducteur peut être perturbée. Des vibrations basse fréquence peuvent perturber la lecture, donc la recherche des informations inhérentes à la conduite.

Toutefois, les limites d'accélération tolérables sur mauvaise route sont difficiles à appréhender.

Il est d'usage de considérer les seuils d'accélération suivants :

- en vertical : 4-12 cm/s^2
- à l'horizontal : 12-20 cm/s^2
- en angulaire : 1 à 2 $^\circ/s^2$ quel que soit le plan considéré.

Ces valeurs ont une très large amplitude et montrent l'aspect

→ 2.6.4 Comment réagit notre corps ?

Une sollicitation extérieure se caractérise par plusieurs paramètres :

- son type : vibration, bruit, choc, etc.
- son importance traduite par sa quantité d'énergie.
- sa localisation au niveau du corps. Dans le cas d'un véhicule, cela concerne principalement le siège et le plancher.

La réaction du corps humain fait partie de la physiologie, du sensoriel. Le corps humain est un système mécanique complexe

subjectif du confort et l'importance de la sensibilité de l'individu.

Ceci peut aussi être exprimé par une courbe, toutefois assez théorique, dite de « Confort ». Cf. fig. 2.44. Cette courbe, obtenue par expérimentation en laboratoire sur un échantillon d'individus, délimite les zones de confort et de non confort en fonction de la fréquence et de l'amplitude des vibrations subies. Elle permet une approche lors de la définition d'une suspension, selon la mission du véhicule.

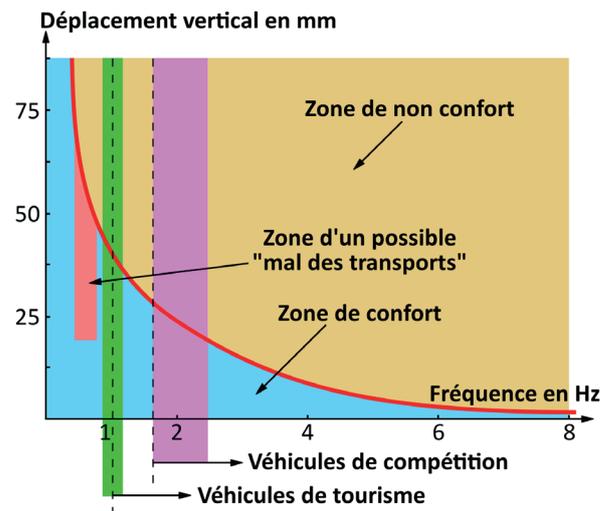


Fig. 2.44 Courbe limite de la zone de confort en fonction de l'amplitude du déplacement et de la fréquence.

doté d'une instrumentation biologique constituée de « mécano-détecteurs ». En roulage, la perturbation envoie à ce système une énergie dépendant de l'amplitude des forces et de la fréquence de l'application de ces forces. L'information du mouvement est reçue par le corps via trois systèmes distincts et complémentaires de mécano-détecteurs. Cf. fig. 2.45. :

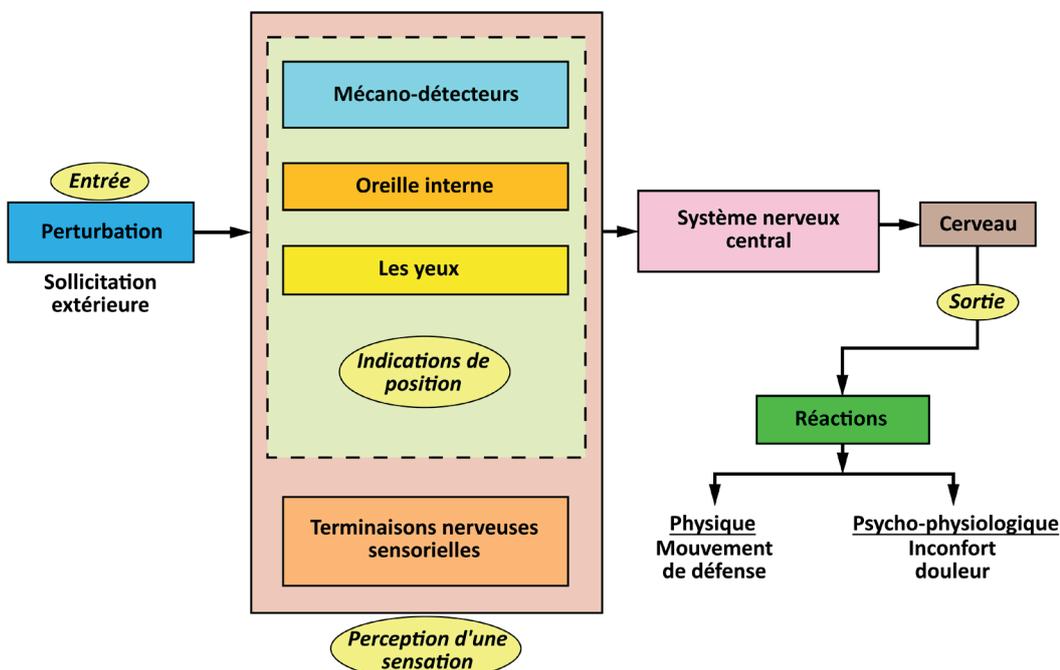


Fig. 2.45 Schéma du fonctionnement neurosensoriel du corps humain, de la perturbation à la réaction.

- 1°) **Les yeux**, ils nous permettent d'observer et de suivre la route. Cela permet, même sans être le conducteur de prévoir et d'anticiper les plus gros défauts du sol et les mouvements du véhicule comme un changement de direction. Prévenu, le corps dispose d'un délai pour se « préparer » à l'inconfort qui arrive.
- 2°) **L'appareil vestibulaire de l'oreille interne**. Installé dans chaque oreille, il s'agit d'un système particulièrement remarquable. Il est le transmetteur le plus important, car son information est prioritaire. Cet appareil répond à des seuils très bas d'accélération linéaires et angulaires de la tête. Lorsque le véhicule accélère, ou décélère, ou subit une accélération verticale induite par les imperfections de la route, la résultante des forces appliquées sur le passager change d'orientation. Cela provoque des changements d'accélération ressentis par la partie, appelée **labyrinthe**, de l'oreille interne, gérant l'équilibre. Cf. fig. 2.46.

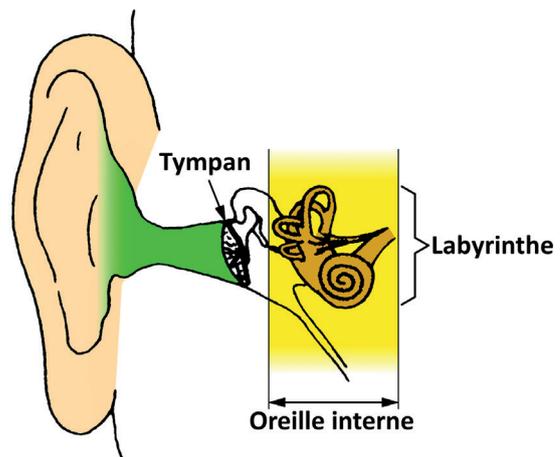


Fig. 2.46 Position de l'oreille interne et du labyrinthe.

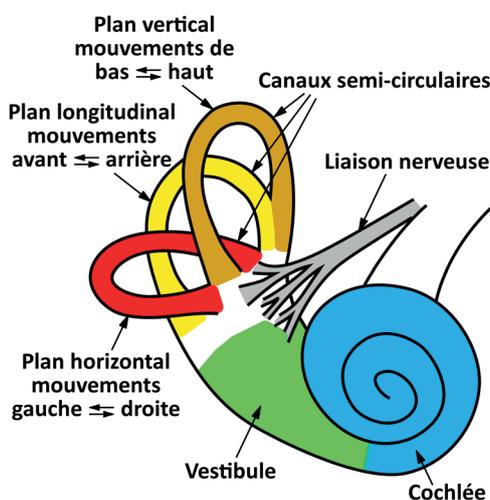


Fig. 2.47 Détail de la constitution du labyrinthe.

Le labyrinthe est composé : Cf. fig. 2.47.

* des **canaux semi-circulaires**, au nombre de trois et chacun gérant un plan (à l'image du trièdre de référence $Gxyz$) : l'un gère les mouvements verticaux, un autre les mouvements latéraux, et le dernier les mouvements d'avant en arrière.

Ces canaux, emplis de liquide, contiennent des cils. Le mouvement du liquide déplace ces cils et c'est le déplacement de ces cils, traduit en une impulsion nerveuse, qui informe le cerveau de l'amplitude et de la rapidité du mouvement. Ils ont pour fonction de maintenir l'équilibre du corps en mouvement.

* le **vestibule** et la **cochlée** placés en dessous des canaux semi-circulaires ont pour fonction le maintien de l'équilibre statique. La cochlée est un tube enroulé sur lui-même comme une coquille d'escargot. Ce tube est aussi muni de cils et fonctionne un peu comme les canaux, sauf que le liquide est complété par de microscopiques billes : **les otolithes**. En se déplaçant, les otolithes appuient sur les cils dont le mouvement produit une impulsion nerveuse. La présence des otolithes couplée à l'enroulement du tube permet une très grande sensibilité à ce mécano-détecteur, d'où une grande stabilité du corps.

C'est suite aux informations transmises par ces otolithes que le passager ressent les différentes phases du mouvement.

3°) Les nombreux transmetteurs biologiques, sous forme de **terminaisons nerveuses sensorielles** disposées partout dans l'organisme : la peau, le tissu conjonctif viscéral, les capsules et ligaments articulaires. Ils agissent en mécano-détecteurs (ou capteurs) de mouvement. Les vibrations transmises par la suspension créent des variations de pression enregistrées par ces capteurs.

Ces terminaisons réagissent aux sensations qui ne sont ni visuelles, ni auditives, mais informent, par exemple, sur la position d'un membre dans l'espace, la contraction d'un muscle dû à une anxiété, le ressenti d'une vibration, etc...

Pour être traité et déclencher la réaction nécessaire, l'ensemble de ces informations est acheminé vers le cerveau via le système nerveux central.

Chaque mécano-détecteur dispose d'un seuil de perception et d'une étendue sensorielle. Un influx nerveux ne part du capteur que si l'intensité de la perturbation est suffisante. De même, ils évoluent avec l'âge et avec la formation et l'entraînement. Un capteur a une capacité d'adaptation, d'accommodation. Il peut être entraîné à détecter des amplitudes ou des fréquences particulières, tout en tenant compte d'une corrélation entre ces deux paramètres : plus la fréquence diminue, plus l'amplitude doit augmenter pour être perçue. La sensibilité à la perturbation est approximativement proportionnelle à son amplitude.

Le résultat du fonctionnement de ces capteurs est la perception de sensations, qui sont autant de réponses physiologiques locales. Ces sensations, plus ou moins nombreuses et complexes, sont créées par des événements extérieurs. Il s'agit d'une interaction entre l'organisme et le milieu extérieur. Dans cette interaction, il y a lieu de tenir compte de la subjectivité, du rôle du mental et du vécu de l'individu concerné. Autre élément dont il faut tenir compte, dans la vie courante, le corps change de caractéristiques physiques. Selon les circonstances, qui peuvent être physiques ou psychologiques, il peut être plus ou moins détendu, ce qui modifie sa réaction à une perturbation extérieure.

→ 2.6.5 Le « mal des transports »

Il se traduit par des nausées provoquées par des informations contradictoires reçues par les mécano-détecteurs, principalement les yeux, et l'appareil vestibulaire de l'oreille interne. Ces nausées sont le résultat d'oscillations verticales de basse fréquence (en général < 1Hz) et de grande amplitude, associées à des accélérations ou des décélérations longitudinales prononcées.

Lorsque la fréquence augmente et que l'amplitude décroît, les effets deviennent moins gênants. Par contre les variations angulaires de la position du corps et les vitesses de ces variations sont aggravantes.

Le conducteur, par nature impliqué dans sa conduite et pouvant « anticiper » les mouvements qu'il a lui-même provoqués, a moins de risque d'être malade qu'un passager.

→ 2.6.6 Sensibilité aux variations de l'inclinaison du corps

Selon l'individu, le degré d'inclinaison minimum du corps, dans une direction quelconque, qui puisse être décelé est en moyenne de 2 à 3°. Le seuil d'inclinaison vers l'AR est supérieur de 0,5° par rapport au seuil des autres quadrants.

En roulage, les appréciations d'inclinaison dans le plan latéral, lors d'un mouvement de roulis, sont plus précises que l'appréciation d'un mouvement dans le plan longitudinal, caractéristique d'un mouvement de galop (Cf. § 2.5. : définition des Six degrés de liberté).

Il peut exister un décalage dans le temps avant que l'inclinaison ne soit ressentie. Ce décalage de temps est à rapprocher :

- * de la durée d'une mise en roulis ou d'un mouvement de galop.
- * du fait que lors du retour à la verticale, l'appréciation de la vraie position est incertaine. L'ensemble des capteurs dispose d'une tolérance, variable selon les individus.
- * de la position des yeux et de l'orientation visuelle lors du mouvement.

→ 2.6.7 Le rôle du siège

Le siège est un élément du système d'isolation vibratoire installé entre le passager et la route. Il complète le rôle de la suspension.

C'est le siège qui transmet les mouvements du véhicule au corps. Selon :

- sa forme, qui agira sur la répartition du poids sur sa surface,
- la raideur de son assise qui va influencer sur les indications de pression,
- la position qu'aura le corps dans ce siège,

La sensation de confort pourra être différente.

→ 2.6.8 L'importance de l'individu, « Indice d'inconfort »

Chaque individu ayant une constitution différente, même si l'architecture de base est identique, dispose de sa propre sensibilité. Un roulage engendre un large éventail de réponses subjectives. Ce qui rend difficile une approche quantifiée de la notion de confort ou d'inconfort.

Il est admis que la masse constituant les organes internes a une fréquence de résonance comprise entre 3 et 5 Hz. Toute perturbation extérieure, qu'elle soit horizontale ou verticale, voisine de cet intervalle provoque un inconfort marqué. L'expérimentation en laboratoire a permis d'établir un « Indice d'inconfort ». Cf. fig. 2.48.

En roulage, le passage du véhicule sur les perturbations du sol est une source de bruit. L'intensité et la fréquence de ces bruits ont une incidence directe sur la notion de confort.

Vu l'incidence des fonctions sensorielles, par définition distinctes d'un individu à l'autre, il est difficile de dégager un standard donnant une définition du confort satisfaisante pour tous.

Plus globalement, le confort d'un déplacement dans un véhicule sera dépendant :

- de la route,
- des caractéristiques du véhicule,
- et du passager (notion incluant le conducteur).

Le confort est un élément de sécurité. Le manque de confort accélère la fatigue physique du conducteur qui pourra alors rencontrer des difficultés pour assurer le contrôle de son véhicule.

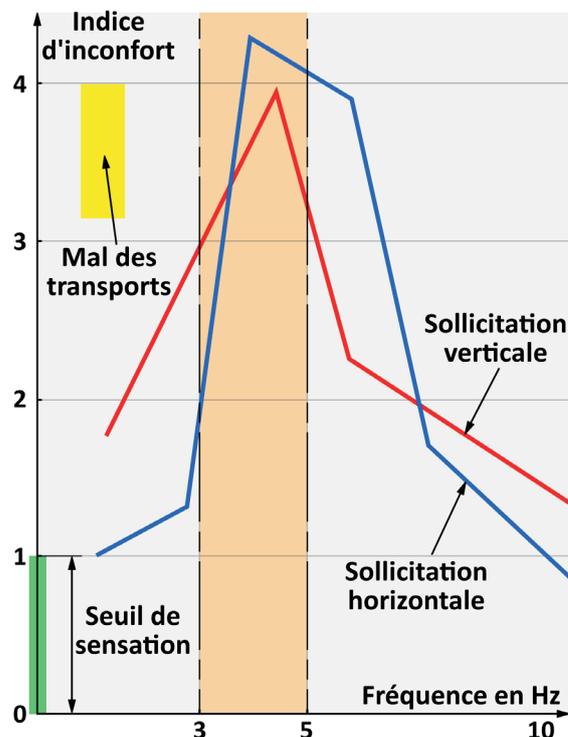


Fig. 2.48 « Indice d'inconfort » selon le mode de sollicitations appliquées au passager, en fonction de la fréquence.

Il s'agit dans ce § d'examiner la technologie des éléments élastiques majoritairement utilisés dans la fonction suspension d'un véhicule. Parmi ceux-ci, l'élasticité de forme est la principale caractéristique. Il sera examiné successivement : - le pneumatique, - le ressort à lame, - le ressort hélicoïdale, - la barre de torsion, et - le ressort caoutchouc.

→ 3.1 CONDITIONS D'APPLICATION DE LA THÉORIE DE L'ÉLASTICITÉ

La théorie de l'élasticité suppose que les matériaux utilisés possèdent les trois propriétés suivantes :

1°) Ils sont parfaitement élastiques. Si les forces extérieures qui provoquent leur déformation ne dépassent pas une certaine limite, cette déformation disparaît en même temps que les forces qui lui ont donné naissance.

2°) Ils sont homogènes.

3°) Ils sont isotropes, c'est-à-dire que leurs propriétés sont les mêmes dans toutes les directions.

→ 3.2 LE PNEUMATIQUE

Il est le premier élément de la suspension, au contact de la route. Il ne faut pas confondre le rôle du pneumatique avec celui d'un ressort pneumatique. Les deux fonctionnent sur le même principe mais, l'un et l'autre sont placés dans des endroits différents du

système de suspension et remplissent une fonction différente. Les principales caractéristiques d'un pneumatique influant la suspension sont les suivantes :

→ 3.2.1 La raideur radiale

Dans le plan vertical et au repos, un pneumatique se comporte comme un ressort de suspension. Cf.fig. 3.1.

Il est le siège d'une raideur, qui a la forme d'une droite en fonction de la pression de gonflage. En augmentant la pression, la raideur augmente, ce qui influe sur le confort. Cf.fig. 3.2.

La raideur radiale d'un pneumatique a un lien direct avec la raideur du ressort principal de suspension. Il est commun d'avoir une raideur de pneumatique dix fois supérieure à la raideur du ressort de suspension. Mais dans le cas où la raideur du ressort de suspension serait supérieure à celle du pneumatique, alors en roulage, il se produirait un « effet de balle ». Dans ce cas, le véhicule rebondit sur la seule élasticité du pneumatique, induisant des variations de charge au sol nuisibles pour le comportement du véhicule. Ceci est particulièrement visible sur les engins de travaux publics sans suspension et avec des pneumatiques de forte dimension. Les mouvements verticaux de l'engin sont ceux d'une balle rebondissant sur le sol.

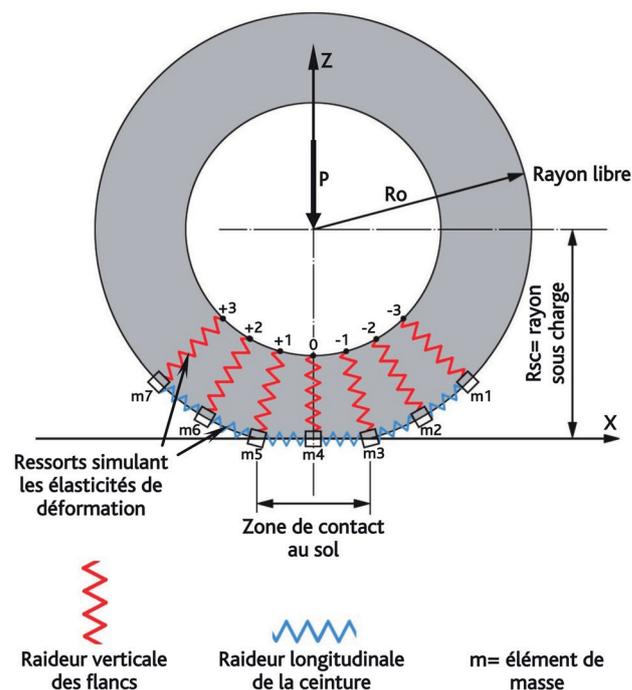
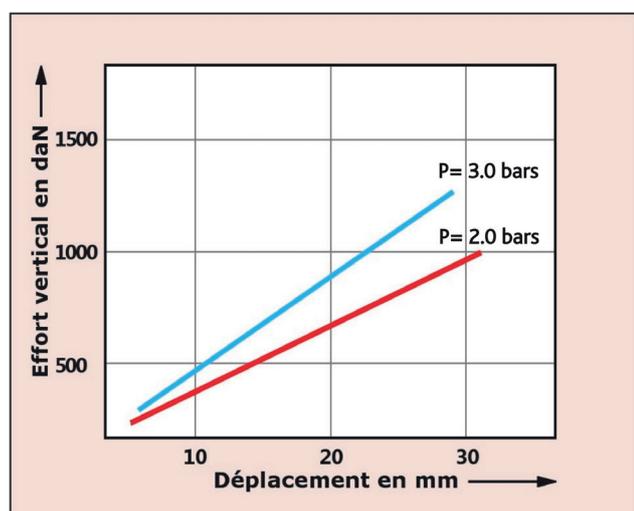


Fig. 3.1. Représentation schématique de la raideur radiale.

Fig. 3.2 Raideur radiale d'un pneumatique pour deux pressions distinctes.

→ 3.2.2 Les variations de forces radiales

Un pneumatique est monté sur une roue, elle-même fixée sur un moyeu. Cf. fig. 3.3. Selon la qualité de fabrication de ces composants, en roulement sur un tour de roue, tout pneumatique présente des variations de charge verticale entre le moyeu de roue qui définit son axe de rotation et le sol, surface de roulement.

Les causes de ces variations sont :

a) Des écarts de dimension.

La géométrie des composants en rotation n'est pas parfaite. Cela introduit un défaut de faux-rond dont l'origine est, Cf. fig. 3.4. :

- soit sur la roue,
- soit sur le pneumatique.

Il est prudent de vérifier la fixation de la roue sur le moyeu afin que les axes de rotation des composants ne soient pas trop différents.

b) Une différence ponctuelle de masse.

Une différence ponctuelle de masse, par une variation d'épaisseur : sur une nappe, sur la bande de roulement, ou sur les flancs. Il s'agit d'un défaut de balourd. Ces défauts de masse peuvent le plus souvent, se corriger par une opération d'équilibrage lors du montage du pneumatique sur la roue.

Fig. 3.3 Montage d'un pneumatique sur sa roue et sur le moyeu.

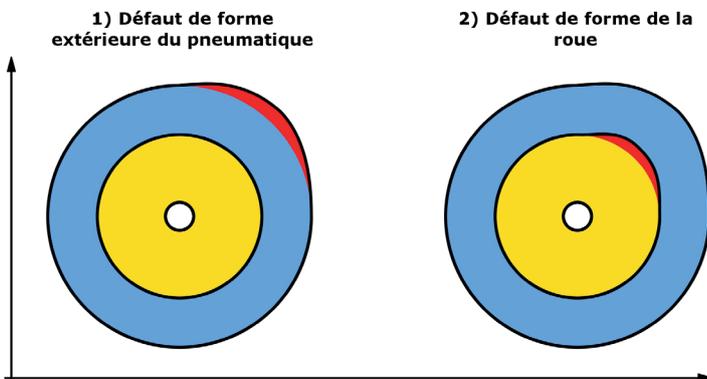
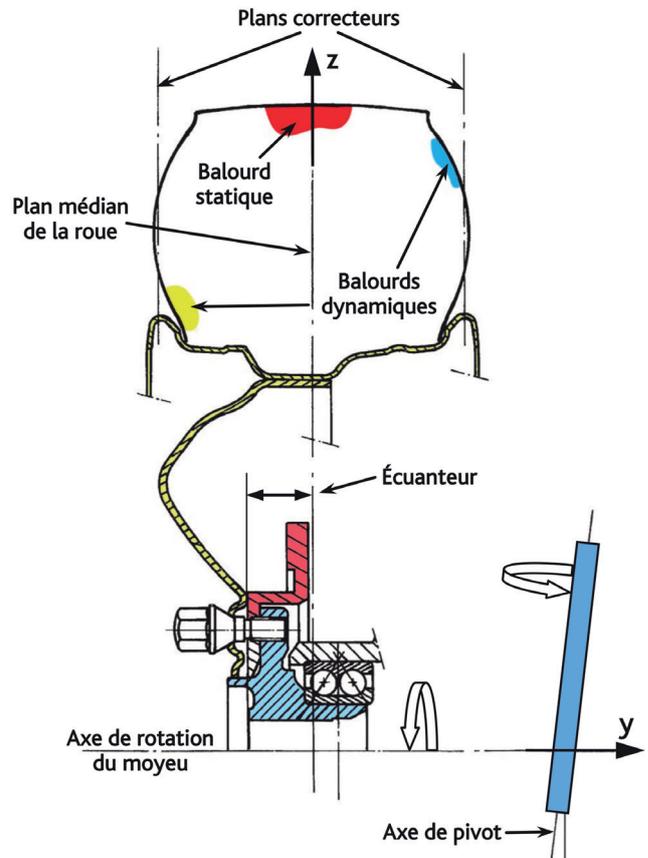


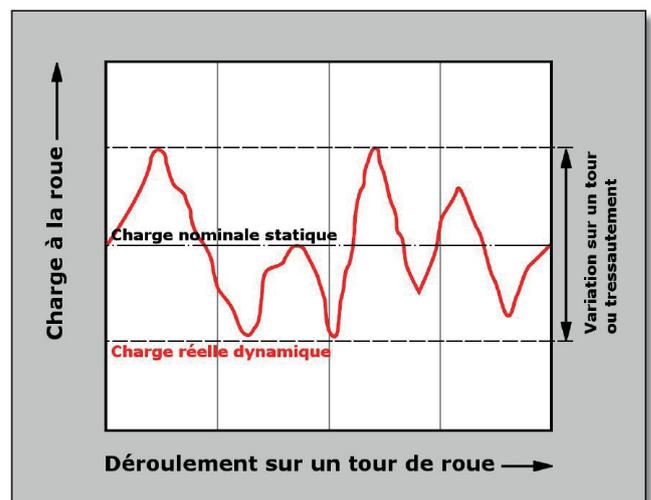
Fig. 3.4 Exemple de défauts géométriques.

c) Des hétérogénéités de raideur.

Des hétérogénéités de raideur sur le pourtour du pneumatique. Lorsqu'une « tranche » de pneumatique arrive dans la zone de contact au sol, flanc et carcasse vont se déformer. Tout écart de raideur entre deux tranches consécutives va modifier ces déformations et introduire un écart de charge verticale.

La valeur moyenne de cette variation de force radiale est de 5 à 7daN. Cf. fig. 3.5.

Fig. 3.5 Variation de la charge radiale



d) Conséquences de ces variations.

Toutes ces variations auront des répercussions sur le fonctionnement de la suspension, en introduisant des perturbations cycliques, sorte de « tressautement » représenté par une sinusoïde d'amplitude constante mais de fréquence variant avec la vitesse. Ces tressautements cycliques vont introduire un régime de vibration. En considérant la roue d'une

voiture roulant à **90km/h**, cela représente environ **10 à 12tr/s**. Une partie du pneumatique sera déformée **10 à 12 fois/s**, c'est-à-dire à une fréquence de **10 à 12Hz**. Cette fréquence, variable selon le type de pneumatique, concerne les flancs, la carcasse et les pavés de caoutchouc de la bande de roulement.

→ 3.2.3 Incidence du sol sur le pneumatique. Cf. § 2.4.2.2

Les défauts géométriques du sol ont une incidence directe, en fonction de leur dimension sur l'effort appliqué au pneumatique. Cf. fig. 3.6. A noter que la structure du pneumatique joue également un rôle dans le « suivi de sol » par le pneumatique. La flexibilité plus ou moins grande des nappes sommet supportant la bande de roulement jouera aussi un rôle important. Plus elle sera flexible, meilleur sera le suivi des défauts géométriques.

La « loi » précisant que le pneumatique est assimilable à un ressort de raideur constante, n'est en fait applicable que pour des déformations du sol qui s'étendent sur une longueur suffisante par rapport à la surface de contact du pneumatique.

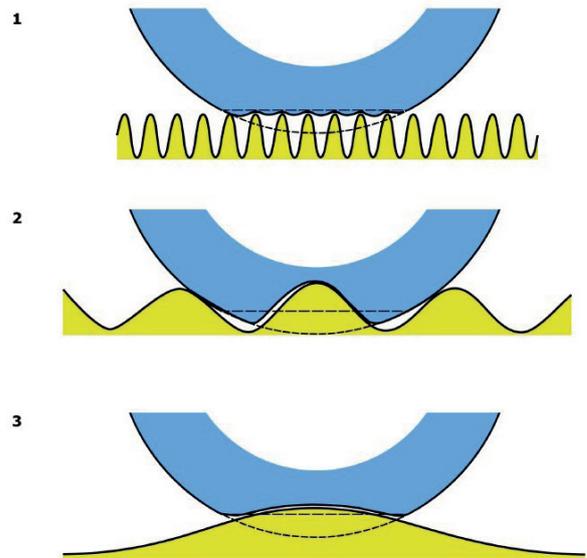


Fig. 3.6 Interaction sol-pneumatique : influence des irrégularités du sol sur la zone de contact.

→ 3.2.4 Passage d'obstacle et « pouvoir absorbant »

Lorsque l'obstacle prend de l'importance par sa hauteur, intervient alors la notion de « pouvoir absorbant du pneumatique ». Le pneumatique a la particularité de pouvoir « envelopper » l'obstacle par son potentiel de déformation locale sans provoquer de mouvement vertical de la suspension. Le pneumatique « boit » l'obstacle, « nivelle » la route.

Le « pouvoir absorbant » se définit comme le mécanisme d'absorption d'obstacles courts à front raide.

Cf. fig. 3.7 et 3.8.

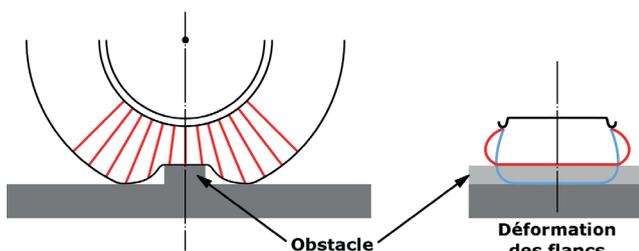


Fig. 3.8 Exemple de passage d'un obstacle de longueur limitée.

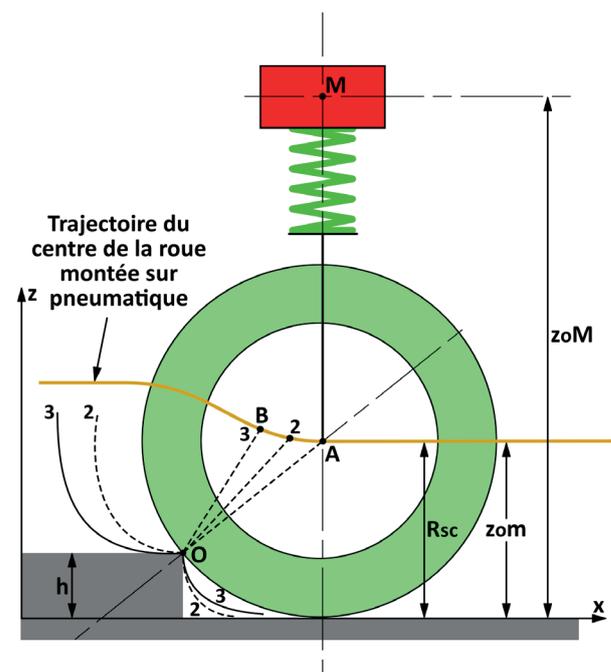


Fig. 3.7 Absorption d'un obstacle par un pneumatique.

Selon que l'obstacle se présente en creux ou en bosse par rapport au niveau moyen de la route, le résultat sur le mouvement vertical de la roue sera différent. Un creux pourra être franchi sans réponse notable de la roue, alors que la bosse pourra générer un choc. D'où une dissymétrie de fonctionnement, avec prédominance d'action des bosses. Cf. fig. 3.9.

Le « pouvoir absorbant » du pneumatique dépend de :

- La pression de gonflage. La part de l'air est prépondérante et le « pouvoir absorbant » diminue lorsque la pression augmente. Cf. fig. 3.2.
- La dimension et plus particulièrement de la Série. Plus la hauteur de flanc sera faible par rapport à la largeur (cas des pneumatiques dits : taille basse), plus faible sera le pouvoir absorbant. Cf. figs. 3.10 et 3.11.

Ce pouvoir absorbant prend toute son importance du fait que, pour les obstacles de faible dimension, abordés à vitesse élevée, la durée de passage est très brève et s'apparente à un choc. Le mouvement vertical est alors faible à inexistant, par manque de temps de réaction. Dans ce cas, le pneumatique est le premier élément élastique à subir ce choc.

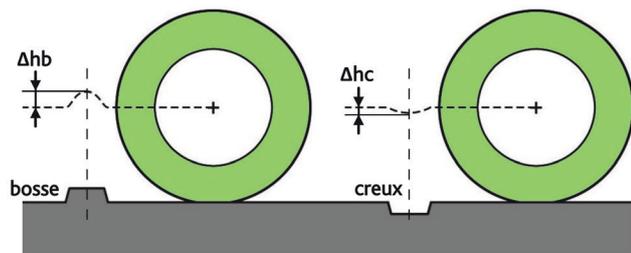
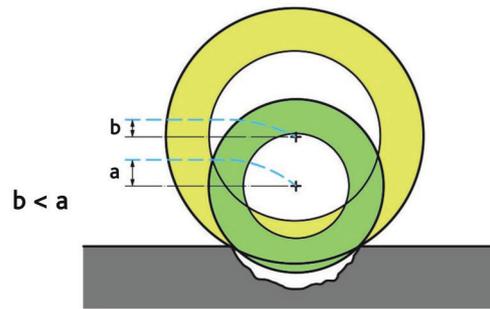
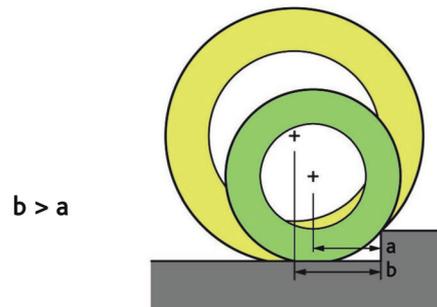


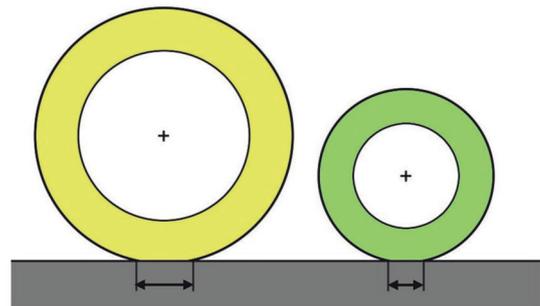
Fig. 3.9 Ecart de mouvement du centre de roue entre le passage d'un creux et d'une bosse.



a) Au passage d'un trou.



b) Au passage d'une marche.



c) Ecart de longueur d'empreinte au sol.

Fig. 3.10 Diamètre de roue et passage d'obstacle.

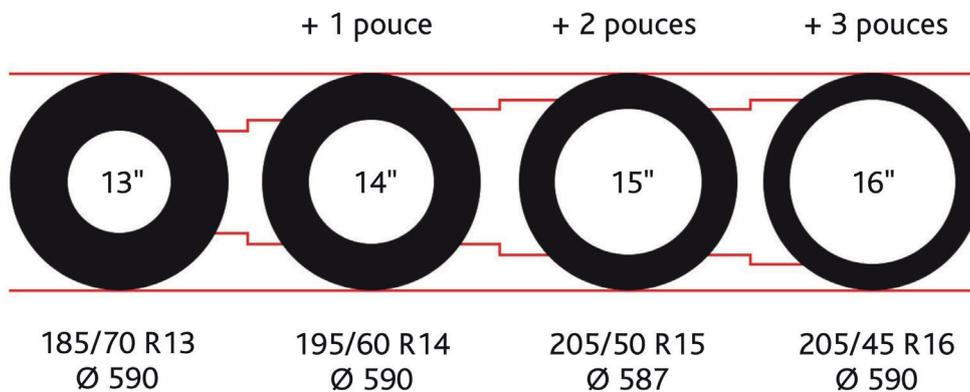


Fig. 3.11 Pouvoir absorbant : exemples de hauteurs de flanc différentes pour un même diamètre extérieur

→ 3.3 LE RESSORT À LAMES

→ 3.3.1 Application du principe de la flexion

Soit une lame mince d'épaisseur e de longueur L et de largeur l . La dimension L est nettement supérieure aux deux autres. Cette lame est maintenue à chaque extrémité par deux appuis A et B , sur chacun desquels est appliquée la charge $P/2$. La réaction R est reprise en un seul point, au milieu soit à une distance $L/2$ des points A et B . Cf. fig. 3.12 a)

Sous l'effet de ces efforts, la lame va se déformer. Cf. fig. 3.12 b)

a) Pour appliquer les principes de la flexion dans le système d'axe Oxz , nous formulerons les hypothèses suivantes :

- Le corps fléchi sera assimilé à une poutre reposant sur deux appuis : le point fixe et la jumelle.
- La lame possède un axe de symétrie dans le plan xOz et le plan zOy . Cet axe est la fibre neutre de la lame. La lame sera considérée, dans son volume, comme constituée de fibres parallèles à la fibre neutre.
- Les forces agissent dans le plan de symétrie et sont perpendiculaires à la fibre neutre, de façon à avoir une flexion simple.
- Les déformations sont élastiques et suffisamment petites pour ne pas modifier l'intensité des efforts ni leur distance respective.
- Toute fibre contenue dans un plan parallèle au plan contenant la fibre neutre, demeure dans ce plan pendant la déformation.
- Une section de lame perpendiculaire à la fibre neutre, reste plane et perpendiculaire à la fibre neutre déformée.

a) Diagramme des efforts tranchants.

Cf. fig. 3.13

Il s'agit de la résultante des efforts extérieurs à la lame dans le plan vertical. En partant de A , la réaction $-P/2$ s'applique jusqu'au centre de la lame où intervient R . Du centre de la lame jusqu'en B

s'applique : $-P/2 + R$. L'équilibre sur la lame s'exprime par :

$-\frac{P}{2} + R + \frac{P}{2} = 0 \rightarrow R = P$. La réaction R produite par l'essieu est égale à la charge P appliquée sur le châssis.

b) Diagramme des moments fléchissants.

Cf. fig. 3.14.

Le moment fléchissant est la somme algébrique des moments de toutes les forces extérieures de A vers B . Avec le repère de signe

choisi, à partir de A , le moment fléchissant sera : $M_x = \frac{P}{2} \cdot x$

Il sera maximum pour $x = \frac{L}{2}$ pour décroître ensuite.

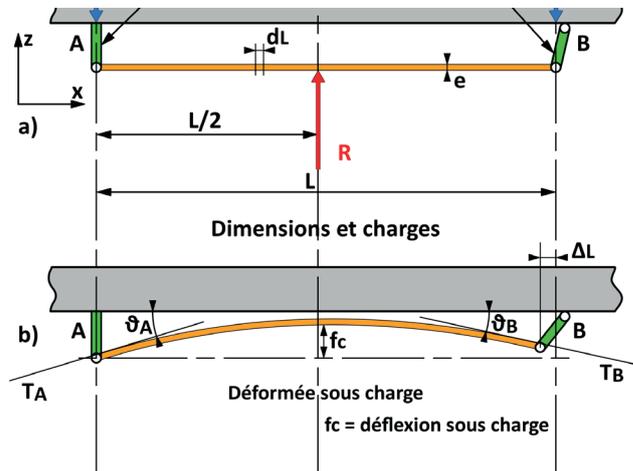


Fig. 3.12 a) et b). Principes et efforts appliqués à un ressort à lame simple.

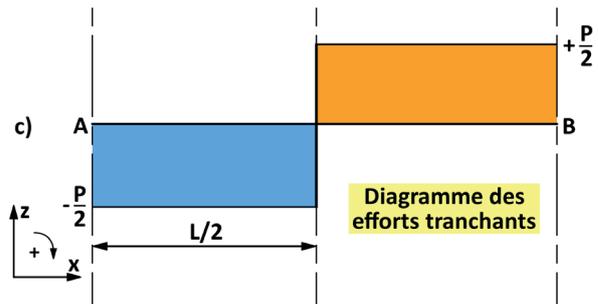


Fig. 3.13. Diagramme des efforts tranchants

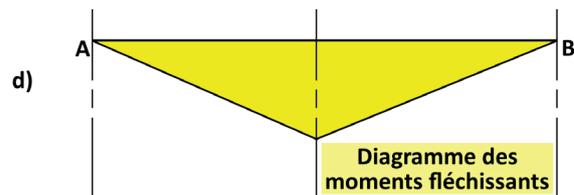


Fig. 3.14. Diagramme des moments fléchissants.

→ 3.3.2. Les efforts sur une section. Cf. fig. 3.15

Soit un élément dx de la lame comprise de part et d'autre du centre de la lame. A l'équilibre, cet élément reçoit 2 efforts tranchants T égaux et opposés de chaque côté de la section ainsi que des moments, M en entrée et $M+dM$ en sortie. dM correspond à l'évolution du moment sur la longueur dx , tel que :

$$T \cdot dx - R \cdot \frac{L}{2} = (M+dM) - DM$$

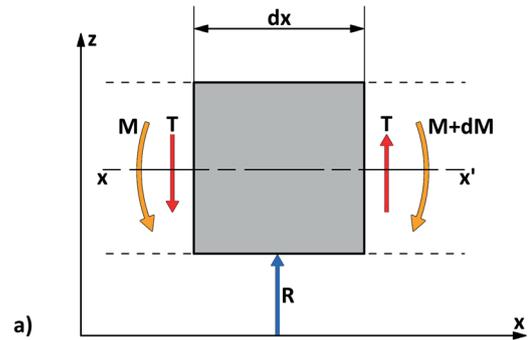


Fig. 3.15 Les efforts dans une section.

→ 3.3.3. Détermination de la contrainte dans un élément. Cf. fig. 3.16

Avant application des charges et mise en flexion, considérons deux sections droites voisines et distantes de $dx = GG1$. Soit deux fibres $aa1$ et $bb1$ situées symétriquement et distantes de z par rapport à la fibre neutre xx' . D'où : $aa1 = bb1 = dx$.

Après application des charges et à l'équilibre, la lame est soumise à deux couples de même valeur et de sens opposés M . Elle va fléchir et xx' va prendre une courbure de centre O et de rayon ρ .

Les deux sections en G et $G1$ vont rester perpendiculaires à xx' et leurs prolongements, converger en O . Sous l'effet de cette courbure, la partie supérieure de la lame va s'allonger : le point $a1$ devient $a2$, alors que la partie inférieure va se comprimer, le point $b1$ devient $b2$. Cela équivaut à une rotation de $a1b1$ d'un angle $d\theta$ autour de $G1$ pour venir en $a2b2$.

Nous pouvons écrire que : $a1a2 = z \cdot d\theta$ et $b1b2 = -z \cdot d\theta$.

L'allongement unitaire de $aa1$ sera $\frac{a1a2}{aa1} \rightarrow \epsilon = \frac{z \cdot d\theta}{dx}$

En introduisant le coefficient d'élasticité longitudinal E qui représente un effort sur un allongement pour un matériau défini (Cf. § 2.14 et fig. 2.3), l'effort unitaire dans la partie tendue de la lame sera : $\sigma = E \cdot \epsilon$. Cet effort unitaire représente la contrainte normale de tension introduite dans une fibre.

Il existe la même contrainte, mais négative dans une fibre comprimée, le raccourcissement ayant même valeur.

Lors de la flexion, $GG1$ est devenu un arc de cercle de centre O et de rayon ρ . D'où : $dx = \rho \cdot d\theta$. La contrainte peut alors se mettre

sous la forme : $\sigma = E \cdot z \cdot \frac{1}{\rho}$ avec :

-6 en daN/mm^2 , $-E$ en daN/mm^2 , $-z$ en mm et $-\rho$ en mm .

En conclusion, la contrainte normale sera :

- proportionnelle à la distance du point d'application à la fibre neutre.
- proportionnelle au coefficient d'élasticité longitudinal
- inversement proportionnelle à la courbure de l'axe de symétrie longitudinal de la lame.

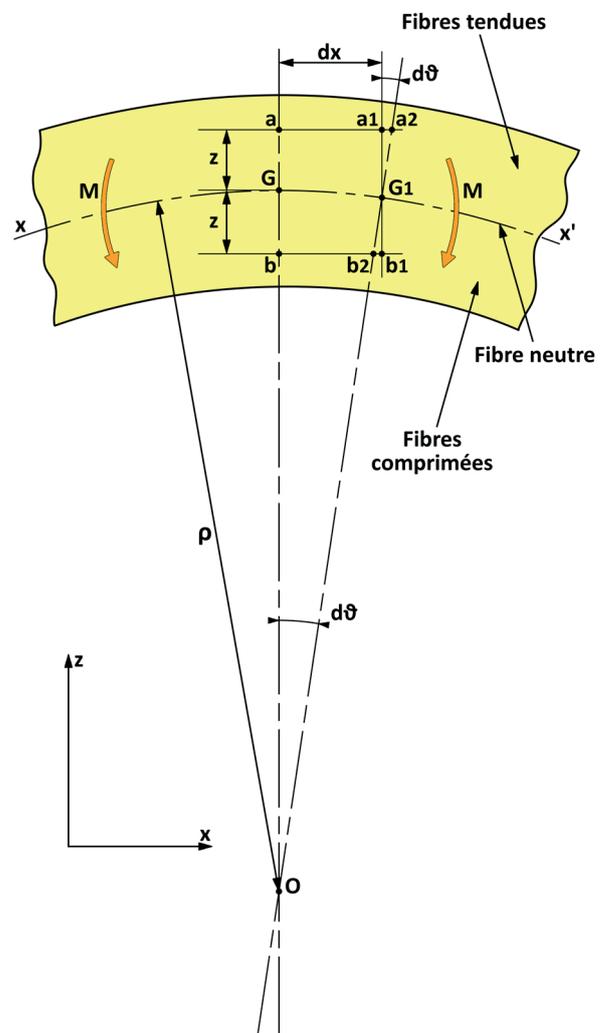


Fig.3.16. Contrainte et déformation d'un élément de lame.

→ 3.3.4. Incidence des moments fléchissants. Cf. fig. 3.17

a) La courbure de la lame.

La courbure de la lame sera le résultat de l'application des moments fléchissants. En reprenant les points a et b distants de z de la fibre neutre, pour être en équilibre, chaque fibre de la partie tendue est soumise à un effort de traction dF. La fibre symétrique dans la partie comprimée sera soumise au même effort dF de compression. Ces efforts dF représentent les actions qu'aurait exercé la section immédiatement voisine. Ces efforts dF introduisent une contrainte normale dans un élément de surface

unitaire dS de la section. D'où : $dF = \sigma \cdot dS$. → $dF = E \cdot z \cdot \frac{1}{\rho} \cdot dS$
 Les efforts dF, de part et d'autre de la fibre neutre, composent un moment M d'axe yy'.

Donc $M = \int_{-e/2}^{e/2} E \cdot z \cdot \frac{1}{\rho} \cdot z \cdot dS$

Mais $\int z^2 \cdot dS$ n'est autre que le moment d'inertie de la section S par rapport à la fibre neutre xx' : I_y .

Le moment M de flexion s'écrit : $M = \frac{E}{\rho} \cdot I_y$. De cette expression, nous en tirons la courbure de la lame sous un moment fléchissant

$M : \rho = \frac{E \cdot I_y}{M}$. Cela nous permet d'exprimer la contrainte en fonction de M, en partant de la formule :

$\sigma = E \cdot z \cdot \frac{1}{\rho}$ $\sigma = E \cdot z \cdot \frac{M}{E \cdot I_y}$ d'où, $\sigma = \frac{M}{I_y} \cdot z$ avec : -σ en daN/mm², -M en mm.dan, -I_y en mm⁴, z en mm.

b) Condition de résistance à la flexion.

La contrainte dans une fibre, qu'elle soit tendue ou comprimée ne doit pas dépasser la plus petite des résistances pratiques choisies pour le matériau utilisé. L'expression de σ précédente devient :

$\frac{M}{I_y} \leq R_p$. Pour une lame de ressort rectangulaire, de section constante, d'épaisseur e et de largeur l, $\frac{I_y}{e/2} = \frac{l \cdot e^3}{12}$

Ce qui nous donne : *Contrainte dans la lame : $\sigma = \frac{3 \cdot P \cdot L}{2 \cdot l \cdot e^2}$

→ 3.3.5 Le ressort multilames

a) Principe.

Dans le cas où la charge à porter induit un moment de flexion dépassant la capacité d'une seule lame, il peut être appliqué le principe du solide d'égalité de contrainte à la flexion. Cf. fig. 3.18. Le diagramme des moments fléchissants représente une surface. Cf. fig. 3.18. a). Cette surface peut être répartie de part et d'autre de l'axe AB pour former un solide d'égalité de contrainte à la flexion. Cf. fig. 3.18. b). Ce solide représente une plaque d'acier d'épaisseur e. Comme il n'est pas aisé d'implanter une telle forme dans le plan horizontal sur un véhicule, nous pouvons obtenir le même résultat en coupant des tranches selon des axes parallèles à AB pour construire un ensemble composé d'une lame maîtresse en ①, de deux demi lames en ② et de deux autres demi lames en ③. Cela donne un étagement de trois lames permettant un volume plus logeable tout en gardant les caractéristiques du solide d'égalité de contrainte à la flexion. Cf. fig. 3.18. c) et d). Nous avons créé le ressort multilames à lames étagées, système élastique communément utilisé sur les véhicules utilitaires en raison de sa simplicité et de son faible coût. Dans la pratique ; la lame ① ou lame maîtresse est mise en forme pour lui donner une courbure dans le sens opposé de la déformation en flexion. Cela lui donne une flèche initiale f0. La déflexion due à la flexion va réduire cette flèche initiale.

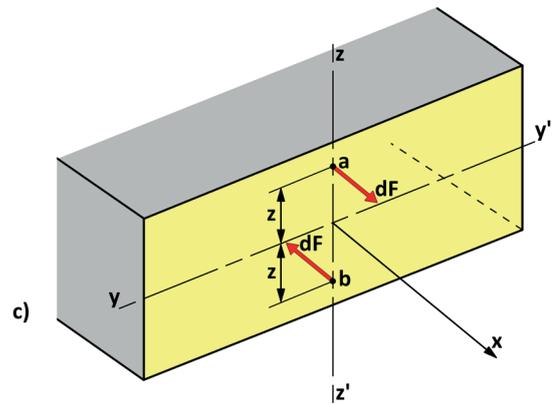
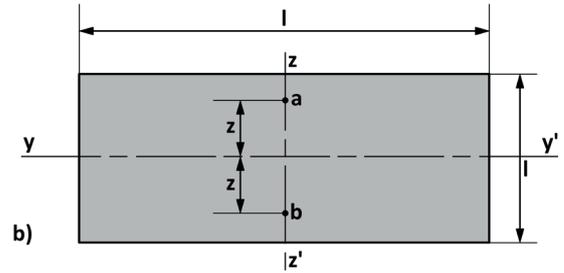


Fig.3.17 Moment de flexion et contrainte.

avec : -P en daN, -L, l, e en mm, σ en daN/mm².

*Déflexion au centre de la lame : $d = \frac{P \cdot L^3}{4 \cdot E \cdot I_y \cdot e^3}$ d en mm et les autres grandeurs en mm.

* Raideur : $K = \frac{P}{d} = \frac{4 \cdot E \cdot I_y \cdot e^3}{L^3}$ K en daN/mm avec les autres grandeurs en mm.

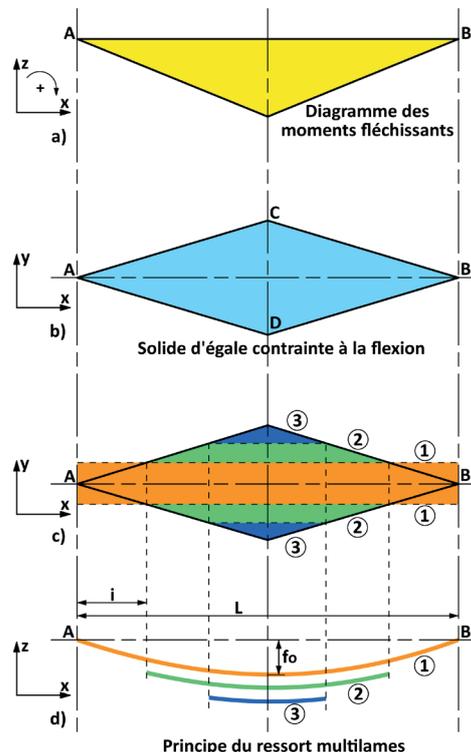


Fig. 3.18 Principe du ressort multilames à lames étagées.

b) Avec un tel ressort, la déflexion devient :

- $d = \frac{P \cdot \lambda \cdot L^3}{4 \cdot E \cdot n \cdot l \cdot e^3}$ avec n = le nombre de lames et λ un coefficient expérimental tenant compte de l'étagement des lames.

Si $n \leq 6$, $\lambda = 1,35$.

- et la raideur $K = \frac{4 \cdot E \cdot n \cdot l \cdot e^3}{\lambda \cdot L^3}$

Cette raideur sera proportionnelle :

- au nombre de lames.
- au module d'élasticité longitudinal, donc du matériau choisi.
- à la largeur de la lame.
- au cube de son épaisseur.

Et inversement proportionnelle :

- au coefficient d'étagement.
- au cube de la longueur de la lame.

Cela donne à deux dimensions géométriques une importance prioritaire :

- l'épaisseur e pour augmenter la raideur
- et la longueur L pour la diminuer.

Connaissant la raideur K nécessaire, et les impératifs d'implantation, la détermination géométrique des éléments du ressort sera un compromis dans lequel il faudra aussi tenir compte du taux de fatigue du matériau.

→ 3.3.6. Exemple de ressort multilames à lames étagées. Cf. fig. 3.19

La lame maîtresse est fixée à l'avant sur le châssis par un œil, enroulement de la lame autour de son axe de fixation. L'œil doit pouvoir tourillonner autour de l'axe pour permettre les modifications de courbure. À l'autre extrémité, la fixation se fait par une jumelle, parallélogramme à deux articulations, l'une sur la lame, celle opposée, sur le châssis. Cette jumelle sert à compenser les variations de longueur de la lame lors de ses déformations.

Les lames de renforcement disposent d'un étagement fonction des contraintes acceptées à la conception. Pour leur permettre de rester en position sous la lame maîtresse, ces lames sont maintenues par des étriers.

Ce système principal est complété par trois systèmes complémentaires :

- Un premier système positionné en dessous, entre l'essieu et le système principal. Les lames disposent d'une courbure plus faible et n'interviendront qu'après une modification de courbure du système principal.

Dans l'application de la raideur, il sera important de tenir compte d'un facteur qui peut prendre une grande importance : le frottement. Les lames s'appuient l'une sur l'autre, et la surface de contact n'est pas négligeable. Lors du mouvement de flexion, ce contact introduit un **frottement** qui impose un seuil de déclenchement et un ralentissement du mouvement.

c) Incidence du coefficient λ .

Soit i l'intervalle entre deux lames consécutives. Cet intervalle sera directement fonction de l'angle que forment les droites AC et AD Cf. fig. 3.18., donc selon la contrainte choisie, de la longueur L de la lame. Pour simplifier la fabrication, ces lames seront d'égale épaisseur et pour que les contraintes soient identiques sur chaque lame, l'intervalle i sera choisi tel que :

$$2 \cdot n \cdot i = L \text{ ou } i = \frac{L}{2 \cdot n}$$

d) Détermination du nombre de lames : n .

Le nombre de lames se déduit de la combinaison des différentes

formules développées plus haut, soit : $n = \frac{3 \cdot P \cdot L}{2 \cdot l \cdot \sigma \cdot e^2}$

expression dans laquelle σ représente la contrainte choisie, soit $\leq RP$

- Un second système positionné au-dessus. La courbure de cet ensemble est plus prononcée. Il n'interviendra que lorsque la courbure du système principal l'amènera au contact des appuis positionnés sur le châssis
- Le troisième système est une butée de fin de course en élastomère, chargé d'éviter une interférence brutale avec le châssis lors des charges extrêmes.

L'ensemble de ces trois systèmes forment un ensemble à raideur variable. Cette raideur va augmenter au fur et à mesure de l'intervention des systèmes complémentaires.

Un tel montage est majoritairement utilisé sur des véhicules commerciaux ayant à se déplacer sur route avec des conditions de charges très différentes, tels que les camions de terrassement.

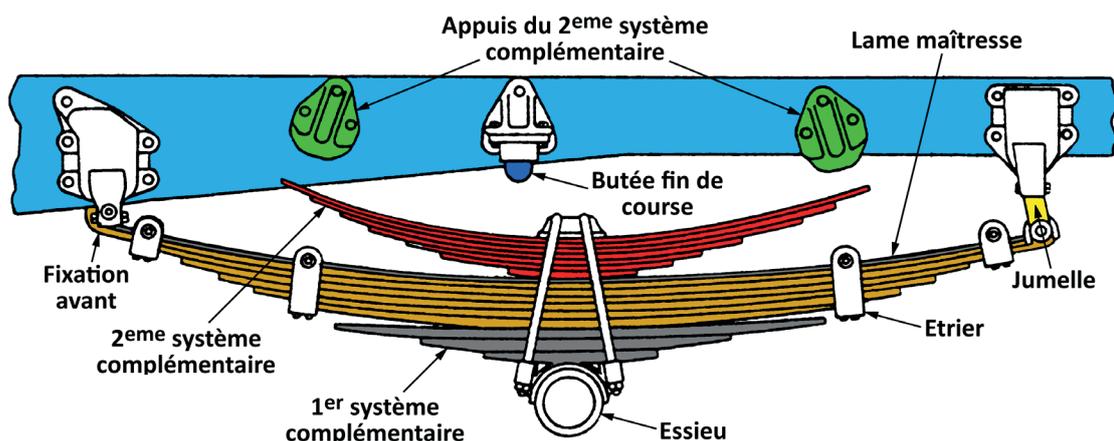


Fig. 3.19 Exemple d'utilisation de ressorts multilames.

→ 3.4. LE RESSORT HÉLICOÏDAL

→ 3.4.1 Définitions géométriques. Cf. fig. 3.20

- d = Diamètre du fil.
- D_i = Diamètre intérieur.
- D_e = Diamètre extérieur.
- D_m = Diamètre moyen. Il se déduit des deux précédents.
- H_l = Hauteur libre, soit sans aucune charge.
- H = Hauteur du ressort sous une charge P
- H_s = Hauteur à spires jointives. Cf. fig. 2.5. Il s'agit de la hauteur minimale du ressort. Cette hauteur correspond à l'effort maximal possible.
- H_a = Hauteur libre active. Cf. § 3.4.2. Cela concerne le cas où les spires d'extrémités sont meulées pour former un plan d'appui perpendiculaire à l'axe d'enroulement.
- d_e = Déflexion. Il s'agit de l'écrasement du ressort sous une charge P . $d_e = H_l - H$.
- d_t = Déflexion totale. $d_t = H_l - H_s$.
- n = Nombre de spires actives. Cf. § 3.4.2. Selon la forme donnée aux extrémités, le nombre de spires actives sera inférieur au nombre de spires total.
- α = angle d'enroulement. Cet angle permet de définir deux groupes distincts de ressorts hélicoïdaux selon la valeur de cet angle :
- $\alpha > 7^\circ$ dénommé à « spires lâches ».
- $\alpha < 7^\circ$ dénommé à « spires serrées ».

Nous ne retiendrons dans cette étude que les ressorts à spires serrées, majoritairement utilisés dans les suspensions automobiles.

- **Le sens d'enroulement du fil** : Si face à l'observateur, le fil monte vers la droite, l'enroulement est dit : à droite. Si le fil monte vers la gauche, l'enroulement est dit : à gauche.

- **Le pas** = l'entraxe entre deux sections de fil consécutives sur un

même côté. $\text{Pas} \approx \frac{H_l}{n}$.

→ 3.4.2 Forme des extrémités

Pour remplir son rôle, le ressort hélicoïdal a besoin d'appuis :

- en premier sur un support fixe lié au châssis, et
- en second sur une partie mobile de la suspension. Pour le bon fonctionnement du ressort, ces appuis doivent :
 - disposer de la rigidité suffisante pour transmettre directement et sans retard les efforts au ressort.
 - être parfaitement coaxiaux, pour ne pas perturber la transmission de l'effort. Cela implique des plans d'appui parfaitement perpendiculaires à l'axe du ressort.

Pour remplir ces conditions, deux possibilités :

1°) Meuler l'extrémité du ressort. Cf. fig. 3.21. Cette opération va diminuer le diamètre du fil et rabattre l'extrémité sur la dernière spire. Cela permet d'obtenir une surface d'appui plane.

Cette opération a deux incidences :

- d'une part sur la longueur de fil utile. Cf. fig. 3.22. La portion de la dernière spire voyant son diamètre diminuer et ayant pour fonction de prendre appui sur le support ne va pas travailler de la même manière qu'une spire normale.

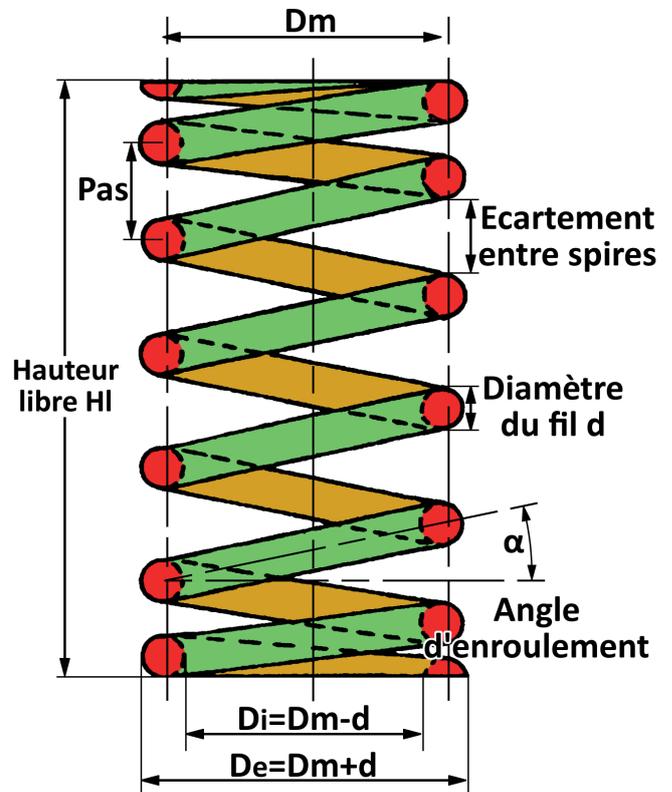


Fig. 3.20 Définition géométrique d'un ressort hélicoïdal.

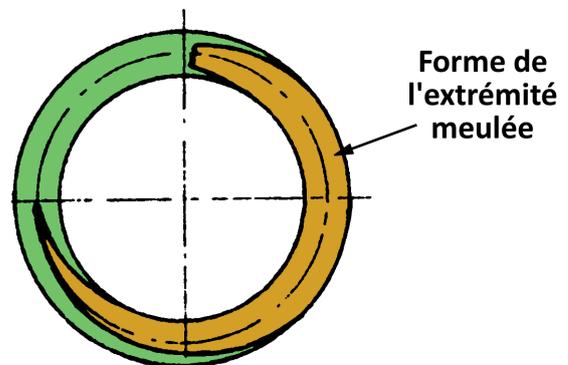


Fig. 3.21 Vue de dessus d'une extrémité meulée.

- d'autre part la contrainte dans le fil va changer de nature entre la position fil plein et la position fil meulé.

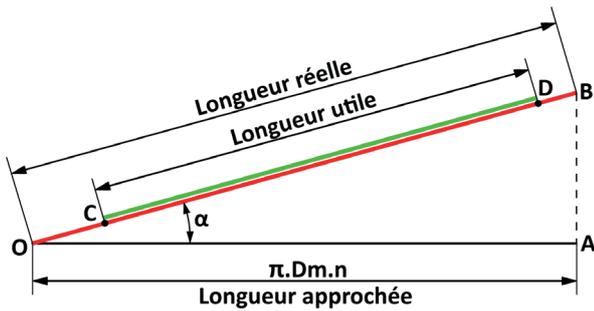


Fig. 3.22. Incidence des extrémités sur la longueur de fil utile.

La fig. 3.22 permet de définir le pas maxi. $AB = n \cdot \text{pas}$, $\text{tg} \alpha = \frac{AB}{OA}$, avec un $\alpha = 7^\circ$ maxi, $\text{tg} \alpha = 0,123$.

Cela nous donne : $\frac{\text{pas} \cdot n}{\pi \cdot Dm \cdot n} = 1,123 \rightarrow \text{pas maxi} = 0,123 \cdot \pi \cdot Dm$, soit

$$\text{pas maxi} \approx \frac{Dm}{25}$$

2°) Définir un support conforme à la géométrie de la dernière pire du ressort. Cf. fig. 3.23.

Sur le montage de la figure, la coupelle inférieure est en tôle emboutie et sertie sur le corps d'amortisseur. Ce procédé est largement utilisé sur les suspensions appliquant la technologie Mac Pherson. Comme la coupelle est nécessairement emboutie, il est économique de lui donner la forme de la dernière spire.

La coupelle supérieure est en élastomère renforcé d'acier pour filtrer les vibrations.

L'exemple de ce montage montre une dérogation au principe défini plus haut sur la parfaite application des efforts dans l'axe du ressort. Mais dans la technologie Mac Pherson, le ressort peut être utilisé pour une autre fonction que la seule élasticité axiale.

→ 3.4.3 Effort et contraintes. Cf. § 2.2.1

Il ne sera examiné que le cas des ressorts travaillant en compression, situation quasi exclusive des ressorts hélicoïdaux utilisés dans une suspension automobile.

a) La masse M applique un effort P dans l'axe du ressort.

Le support sur lequel s'appuie le ressort fournit une réaction R. Sous l'effet de P, le ressort s'est écrasé pour se stabiliser à une position d'équilibre H. Cf. fig. 3.24. Lors de cette déformation, l'effort P est transmis dans les spires du ressort, qui réagissent de façon élastique en raison :

- des caractéristiques du matériau,
- mais surtout de sa forme.

b) Isolons une section de spire.

L'effort P s'applique suivant l'axe d'enroulement, mais est transmis par le fil de façon équipollente. Dans la section, cet effort se décompose en : Cf. fig. 3.25.

- un effort de compression N qui sera d'autant plus important que l'angle α sera grand. Dans la mesure où cet angle ne dépasse pas 7° , il pourra être négligé.
- un effort Pf dans le plan de la section. Pf est un effort tranchant qui introduit :
- Une contrainte de cisaillement.

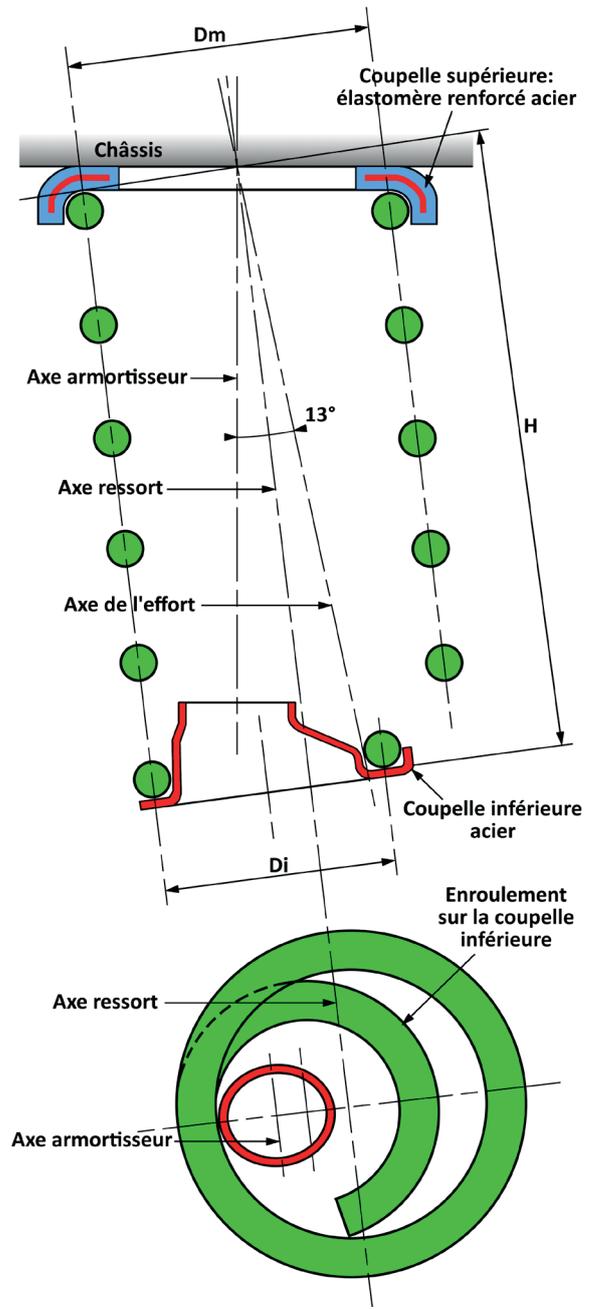


Fig. 3.23 Exemple de montage d'un ressort sur une jambe de force Mac Pherson.

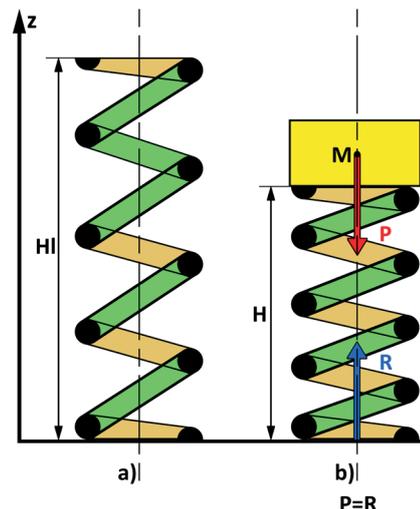


Fig. 3.24 Déformation du ressort.

- Un couple de torsion = $Pf \cdot \frac{Dm}{2}$, qui introduit également :
 - une contrainte de cisaillement, et
 - un affaissement de la spire. Cf. fig. 3.26. L'effort tranchant va provoquer un déplacement du centre de la spire de O_1 à O_2 , d'une hauteur h_2 , alors que le couple de torsion va abaisser le point a de la spire en b d'une hauteur h_1 . Il s'agit d'une flexion dans le brin, dont il ne sera pas tenu compte en raison de l'angle d'enroulement $\leq 7^\circ$.

c) Détail des contraintes de cisaillement. Elles ont deux origines :

1°) L'effort tranchant Pf . Il introduit une contrainte tangentielle

$$\tau = \frac{Pf}{A} \text{. } A \text{ est la surface de la section, soit : } A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \text{.}$$

$$\text{D'où : } \tau_1 = \frac{4 \cdot Pf}{\pi \cdot d^2} \text{.}$$

Cette contrainte est dans le même sens, répartie sur le diamètre, mais n'est pas uniforme. Cf. fig. 3.26. La courbure du fil a pour résultat de plus solliciter la partie située côté intérieur de l'enroulement.

2°) Notre fil a une section circulaire, dans ces conditions, la contrainte de cisaillement de torsion, due au couple de torsion est :

$$\tau_2 = \frac{8 \cdot Pf \cdot Dm}{\pi \cdot d^3} \text{.}$$

Cette contrainte est dans un sens, de l'extérieur vers le centre du fil, puis change de sens du centre vers l'extérieur. En théorie, la contrainte est symétrique par rapport aux deux axes z et x .

Mais le couple de torsion introduit une rotation de la section S par rapport à la section S' la plus voisine. Le fil forme un cylindre dont la génératrice située côté intérieur de l'enroulement est plus courte que la génératrice située côté extérieur. Cet écart de longueur est la cause d'un décalage de la contrainte de torsion, plus élevée côté intérieur. Cf. fig. 3.26. ce qui donne une courbe réelle différente de la courbe théorique.

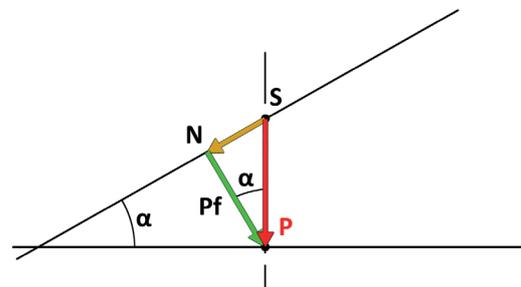
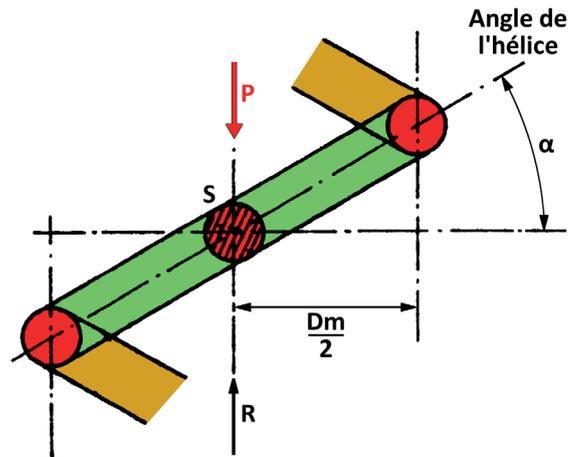


Fig. 3.25 Décomposition de l'effort P dans une section.

L'action de ces deux contraintes s'additionne pour donner une contrainte résultante : $\tau_R = \tau_1 + \tau_2$

$$\text{soit } \tau_R = \frac{8 \cdot Pf \cdot Dm}{\pi \cdot d^2} + \frac{4 \cdot Pf}{\pi \cdot d^3} \text{ qui se met sous la forme :}$$

$$\tau_R = \left(\frac{8 \cdot Pf \cdot Dm}{\pi \cdot d^2} \right) \left(1 + \frac{d}{2 \cdot Dm} \right)$$

La combinaison de ces contraintes montre une concentration sur la surface côté intérieur.

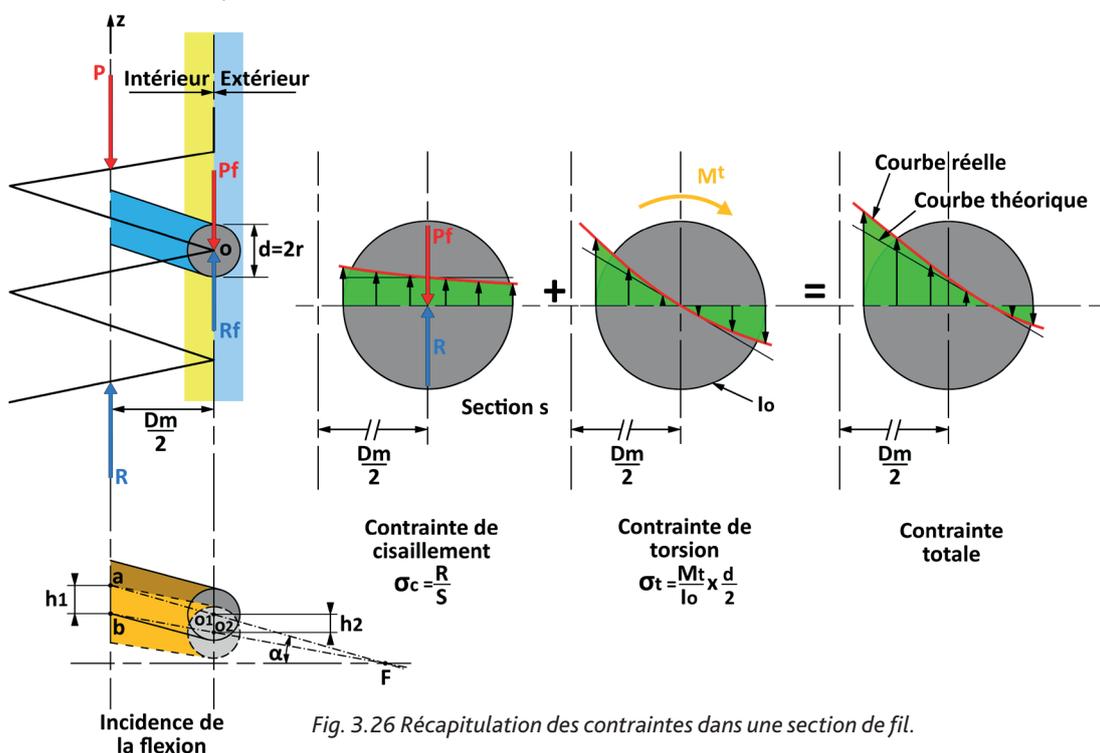


Fig. 3.26 Récapitulation des contraintes dans une section de fil.

d) Influence du rapport : $\frac{Dm}{d}$

L'expression de la contrainte résultante est la valeur de τ_2 majorée du coefficient :

$$1 + \frac{d}{2.Dm}$$

L'examen de ce coefficient montre que l'augmentation de d pour un Dm restant constant aura pour effet de diminuer τ_2 .

L'expérience et l'expérimentation montrent que pour un bon fonctionnement de ce type de ressort il est conseillé de rester dans

les limites suivantes : $5 < \frac{Dm}{d} < 12$.

En-dessous de 5, l'enroulement introduira des tensions dans la face intérieure préjudiciable au vieillissement. Au dessus de 12, le fonctionnement pourra nécessiter un guidage particulier pour de grandes déflexions.

Pour des questions de poids et d'encombrement sur véhicule, le concepteur aura tendance à utiliser un diamètre d'enroulement faible devant le diamètre du fil. Ce qui entraîne un écart sensible

→ 3.4.4. Expression de la raideur**a) Elle s'exprime par le rapport Effort / Déflexion, $F = f(d)$.** Cf. fig. 3.27

La raideur est une droite de la forme $F = K \cdot d$, K est une constante du ressort, exprimé en daN/mm . Cette raideur se mesure sur une presse permettant d'introduire des efforts verticaux. La mesure de la déflexion permet de déterminer la raideur. Il est recommandé de faire la mesure en plusieurs points d'utilisation pour vérifier la tolérance sur la valeur de K .

b) Calcul de la raideur.

L'application du couple de torsion produit une rotation de la section S d'un angle unitaire de torsion : β , par rapport à la section S' infiniment voisine. Cf. fig. 3.26. Lors de la déformation, les droites $aO1$ et $bO2$, se coupent en F et forment un angle de torsion unitaire. Cet angle est la cause de la déflexion du ressort. Par intégration sur l'ensemble des spires, l'angle unitaire de torsion β devient l'angle total : B et la déflexion totale du ressort

peut s'écrire : $dt = \frac{Dm}{d} \cdot B$.

Par ailleurs les principes de la torsion donnent pour β l'expression

$\frac{Ct}{G \cdot I^0}$ avec : - $Ct = Pf \cdot \frac{Dm}{2}$ couple de torsion.

$$- I^0 = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \text{ moment d'inertie polaire d'une section circulaire.}$$

$$- G = \text{coefficient d'élasticité transversale du matériau.}$$

Sur la longueur totale utile du fil lu , l'angle total de torsion s'écrit :

$B = \frac{Ct \cdot lu}{G \cdot I^0}$. En prenant $lu = \pi \cdot Dm \cdot n$, et $Pf = P$, ce qui représente une erreur acceptable du fait de l'angle d'enroulement de 7° maxi,

$$B \text{ devient : } = \frac{P \cdot Dm}{2} \cdot \pi \cdot Dm \cdot n \cdot \frac{32}{\pi \cdot d^4}, \text{ soit } B \sim \frac{16 \cdot n \cdot P \cdot D^2 m}{G \cdot d^4}$$

Ce qui donne une déflexion totale $dt = \frac{16 \cdot n \cdot P \cdot D^2 m}{G \cdot d^4} \cdot \frac{Dm}{2}$,

$$\text{soit } dt = P \cdot \frac{8 \cdot n \cdot D^3 m}{G \cdot d^4}$$

Cette valeur représente l'écrasement du ressort sous une charge P .

entre la longueur des fibres extérieures et intérieures.

e) Influence du rapport : $\frac{Dm}{H}$

Sous une charge de compression, un ressort haut par rapport à son diamètre d'enroulement peut être soumis à un phénomène de flambage. L'écrasement vertical s'accompagne d'une flexion latérale. Pour éviter cet inconvénient, l'expérimentation recommande : $H \leq 5 \cdot Dm$. La combinaison des deux rapports

dimensionnels donne une valeur : $\frac{d}{H} \geq \frac{1}{50}$ afin d'éviter le risque de flambage.

Par contre, le sens d'enroulement du fil n'a pas d'influence.

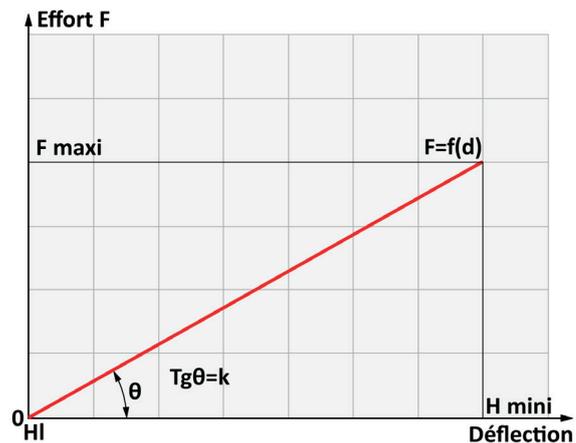


Fig. 3.27 Expression de la raideur théorique.

La raideur est $K = \frac{P}{dt}$ soit $K = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot n \cdot D^3 m}$.

Nous retrouvons à des exposants importants, d et Dm , deux caractéristiques majeures d'un ressort hélicoïdal.

c) Tolérance sur la valeur de K . Cf. fig. 3.28

En fait le ressort ne travaille pas de façon constante sur toute la courbe $F = f(d)$. Il y a lieu de distinguer trois zones délimitées sur l'axe des déflexions par les positions dB et dC :

1°) de 0 à dB . La courbe ne démarre pas de 0 mais du point A . Cela correspond à un effort résiduel dû à des défauts géométriques des extrémités :

- perpendicularité,
- parallélisme des faces.

2°) de dB à dC . La courbe est peu différente de la courbe théorique, mais légèrement en dessous. Examinons les tangentes à la courbe réelle en B et C . La pente de ces tangentes représente la valeur de K aux points considérés. Les pentes sont différentes et la pente en C plus importante qu'en B . De B à C , cette pente ne fait que croître avec la déflexion. Cela s'explique par l'évolution des contraintes en fonction du rapport d/Dm .

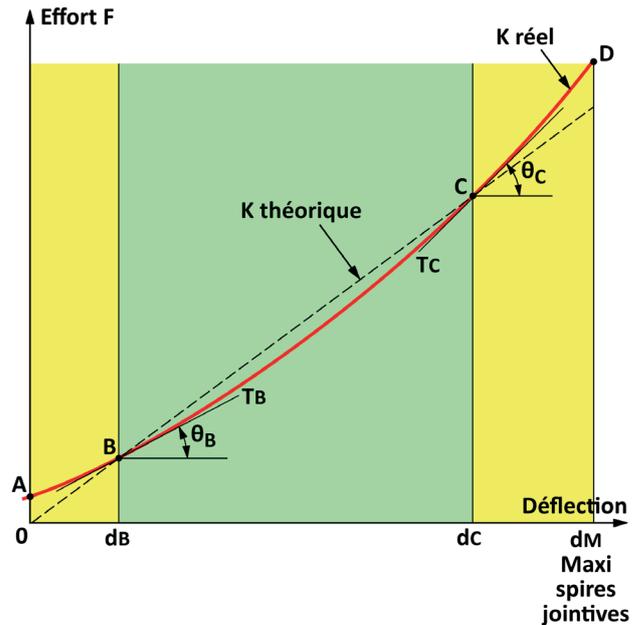
3°) au-delà de **dC**. Le **K** réel devient supérieur au **K** théorique.
 Nous approchons de la situation à spires jointives. Comme le pas n'est pas parfaitement constant, certaines spires peuvent déjà être partiellement au contact, ce qui diminue le **n** utile. A spires jointives, la raideur devient infinie, l'effort augmentant lorsque **d** tend vers zéro.

d) Zone d'utilisation.

Cf. fig. 3.28
 Le développement précédent montre qu'il est prudent d'éviter de faire travailler un ressort à une trop faible charge et à proximité de sa déflexion maxi. Diverses données expérimentales

préconisent de positionner le point **dB** tel que $d_B = \frac{Dm}{4}$.

Fig. 3.28. Tolérance sur la valeur de **K** et zone d'utilisation.



→ 3.4.5. Combinaison d'éléments élastiques

Selon l'architecture du système de suspension, il peut être nécessaire de combiner différents éléments élastiques. Cette combinaison peut être :

- soit en série,
- soit en parallèle,
- soit même une association des deux.

a) Montage en parallèle.

Cf. fig. 3.29
 La masse **M** est supportée par deux éléments élastiques de raideur **K**¹ et **K**² dont les axes d'action sont distincts. Pour calculer la raideur équivalente, la masse **M** est divisée fictivement en **M**¹ et **M**² de façon que la déflexion **Z** de **M**¹ sur **K**¹ soit identique à la

$$\text{déflexion de } M_2 \text{ sur } K_2 : K_1 = \frac{M_1 \cdot g}{Z}, K_2 = \frac{M_2 \cdot g}{Z},$$

$$\text{d'où } K_1 + K_2 = \frac{M_1 \cdot g + M_2 \cdot g}{Z} = \frac{M \cdot g}{Z}, K = K_1 + K_2$$

La raideur du ressort unique équivalent sera la somme des deux raideurs.

b) Montage en série.

Cf. fig. 3.30 et 3.31
 La masse **M** est supportée par deux éléments élastiques positionnés sur le même axe. Chaque élément subit l'action de la masse **M**, donc pour le calcul de la raideur équivalente, le système sera décomposé en : -d'une part **M** sur **K**₁ et -d'autre part **M** sur **K**₂. La déflexion résultante sera la somme des déflexions de **M** sur **K**₁ et **M** sur **K**₂ : $Z = Z_1 + Z_2$.

$$K_1 = \frac{M \cdot g}{Z_1}, K_2 = \frac{M \cdot g}{Z_2}, \text{ d'où } \frac{M \cdot g}{K_1} + \frac{M \cdot g}{K_2} = \frac{M \cdot g}{K} \text{ et } \frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

$$\text{qui peut se mettre sous la forme : } K = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$$

La fig.3.31 illustre un montage en série, d'un ressort compensateur de faible raideur avec le ressort principal de suspension.

L'objectif, notamment pour déterminer la fréquence de suspension, est de calculer la valeur de la raideur **K**, du ressort unique et équivalent.

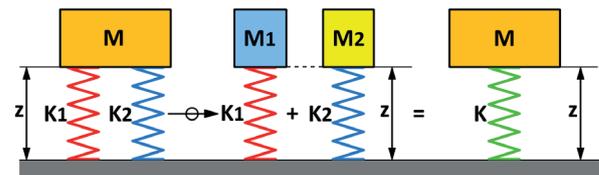


Fig. 3.29. Ressorts en parallèle.

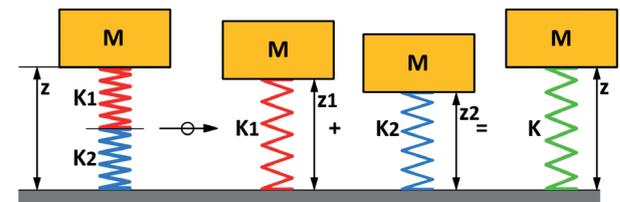


Fig. 3.30. Ressorts en série



Fig. 3.31. Exemple de montage en série : un ressort principal et un ressort compensateur.

c) Cas particulier de la masse semi-suspendue m.

Cf. fig. 3.32

Cette masse est positionnée entre deux éléments élastiques : le pneumatique de raideur K_p et l'élément élastique de suspension K . Comme m est faible comparé à la masse M , pour calculer la raideur équivalente de la suspension, K_p et K seront considérés comme montés en parallèle. Le sol et la masse M constituent des supports fixes, bien que les axes d'action soient confondus. A noter que la raideur du pneumatique est généralement nettement plus élevée que la raideur de l'élément de suspension.

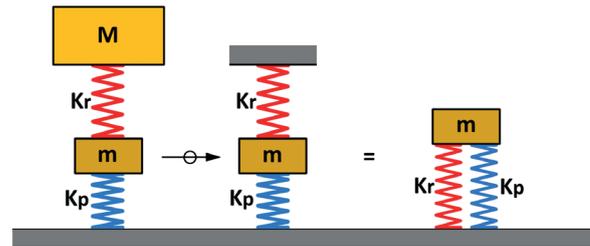


Fig. 3.32. Cas de la masse semi-suspendue.

→ 3.4.6. Quelques données sur la Fabrication

a) Procédés.

Quel que soit le procédé utilisé pour enrouler le fil, il sera nécessaire d'effectuer une déformation permanente du fil donc d'introduire au moment de l'enroulement une contrainte supérieure à la limite élastique du matériau. Pour cela, deux procédés sont utilisés :

1°) à froid. L'enroulement se fait à température ambiante. Ce procédé est réservé au ressort de diamètre de fil < 10mm, peu contraint. Le matériau du fil à privilégier sera un acier dur, non allié, brut d'étirage à froid, ou à l'état trempé.

2°) à chaud. Le fil est porté « au rouge » soit $\approx 800^\circ\text{C}$. Après enroulement, cette température permet de faire suivre un traitement thermique, « trempe-revenu » de renforcement. Ce procédé est à utiliser pour des ressorts ayant des taux de travail et de contrainte élevés. Le matériau du fil utilisé sera un acier allié. Lors de l'enroulement il est impératif de bien respecter les limites du rapport : $\frac{D_m}{d}$ pour éviter d'introduire des tensions internes trop importantes, surtout sur la partie intérieure du fil.

b) Tenue en fatigue.

Un ressort hélicoïdal utilisé dans une suspension est soumis à des efforts cycliques autour d'une charge statique correspondant au poids à la roue. Autour de la charge statique les efforts seront alternés en compression et détente. En roulage, ces cycles peuvent atteindre des fréquences élevées. Il faudra alors tenir compte de la faible hystérésis propre du ressort qui ne revient pas instantanément à sa hauteur initiale et introduire une réduction de la charge applicable.

Les efforts peuvent aussi être brutaux, sous forme de chocs.

De nombreux facteurs interviennent sur la tenue en fatigue, Les quatre principaux sont :

1°) Le traitement thermique après enroulement lors de la fabrication à chaud.

2°) La corrosion. Les ressorts de suspension sont en général dans les passages de roue, donc soumis à des projections de pierre et surtout de produits de déneigement.

3°) L'écroissage. La tenue en fatigue d'un ressort est directement liée à la qualité de surface du métal. Le grenailage produit un durcissement superficiel de la surface et réduit certains effets nuisibles du traitement thermique. Il s'agit du procédé le plus efficace pour augmenter la durée de vie d'un ressort de suspension, bien qu'elle réduise l'aptitude à la déformation permanente.

4°) La préconformation. Elle s'applique pour les deux modes de fabrication, ressorts enroulés à froid ou à chaud. Le principe est de mettre le ressort sous charge jusqu'à dépasser la contrainte

correspondant à la limite élastique : $\tau_p \approx 1,2 \tau_e$

Cf. § 2.1.4. Il s'agit d'introduire une contrainte résiduelle par

une déformation dans le domaine plastique. De cette façon, le segment du domaine élastique se trouve augmenté. Il s'agit d'un phénomène caractéristique de la contrainte de cisaillement de torsion. Cette contrainte est proportionnelle au rayon du fil. Cela signifie que la limite élastique est d'abord atteinte à la surface, bien avant le centre. Cf. fig. 3.26. Le passage dans le domaine plastique provoque une légère déformation des fibres à la périphérie du fil, fibres qui ne reprennent pas leur place lorsque la charge s'annule.

Le procédé consiste à faire subir une ou plusieurs compressions, si nécessaire, jusqu'à ce que les spires soient jointives, ou proches d'être jointives.

Cette préconformation permet ensuite au ressort de travailler à des taux de contrainte plus importants. Cela permet :

- soit plus de sécurité en fatigue, puisque la charge maximale admissible est augmentée,
- soit de gagner du poids sur le ressort.

Cette préconformation peut être effectuée à chaud après roulage.

c) Tolérances géométriques. Elles concernent :

1°) le diamètre du fil et le diamètre d'enroulement. La recherche d'une bonne qualité nécessite de rester dans le cadre des 3% sur les dimensions.

2°) le défaut de perpendicularité des bases par rapport à l'axe d'enroulement. Cf. fig. 3.33.

3°) le défaut de parallélisme entre l'axe d'enroulement et la génératrice extérieure joignant chaque spire. Cf. fig. 3.33.

Selon l'importance de ces défauts, le fonctionnement du ressort peut en être affecté notamment la courbe $P = f(d)$ et la transmission des efforts aux appuis.

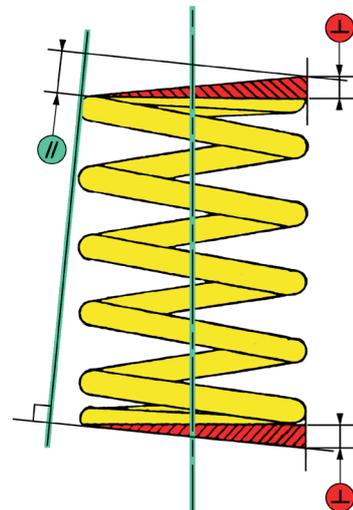


Fig. 3.33 Défaut de perpendicularité et de parallélisme.

→ 3.5. LA BARRE DE TORSION

→ 3.5.1. Principe

Il s'agit d'une barre, le plus souvent cylindrique, dont une extrémité est ancrée dans le châssis. A l'autre extrémité est implanté un bras de suspension connecté à la roue. Cette extrémité est articulée dans un palier. Lors des mouvements du bras de suspension, cette barre est soumise à un couple de torsion dans un plan perpendiculaire à son axe. Chaque section circulaire de la barre subit une contrainte de torsion purement tangentielle. Cf. fig. 3.34.

Une barre de torsion peut être montée en position longitudinale ou en position transversale sur l'un des essieux. La barre est le plus souvent de section circulaire, mais cette section peut aussi être un carré ou un rectangle, voire un tube.

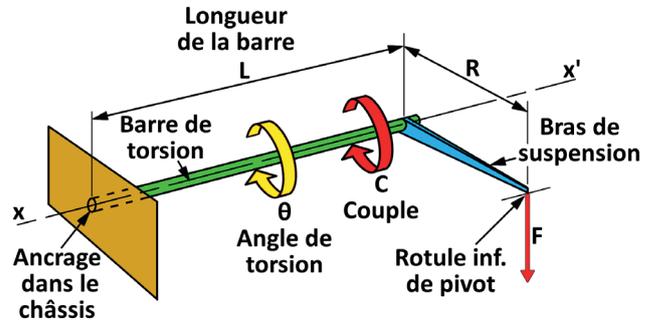


Fig. 3.34. Éléments fonctionnels d'une barre de torsion.

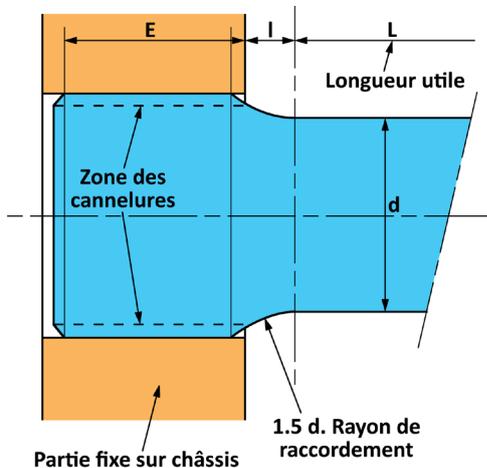


Fig. 3.35. Détail de l'implantation d'une extrémité de barre dans le châssis.

Dans la majorité des cas, les ancrages sur châssis et sur le bras de suspension se font via des cannelures. Cf. fig. 3.35. Afin de disposer du plus grand nombre de combinaisons de montage possible et de calage du bras, le nombre de cannelures diffère, et elles sont décalées d'une demi ou d'une cannelure entre les extrémités. Pour permettre le taillage de ces cannelures, le diamètre aux extrémités est supérieur au diamètre de la barre. Le raccordement entre le diamètre de la barre et le diamètre de l'ancrage demande quelques précautions. La contrainte de torsion dans la barre chute à zéro sur une distance très réduite. D'où la présence d'une zone de raccordement dont le rayon est défini par l'expérience : $\sim 1,5 \cdot d$ avec d diamètre de la barre. La longueur utile L de la barre est la distance de diamètre constant reliant les deux raccordements.

→ 3.5.2 Application du principe de la torsion

a) barre cylindrique

Soit une barre cylindrique, de diamètre d et d'axe $x'x$, encastree à une extrémité et soumise à un couple $F \cdot R$ sur une section droite à l'autre extrémité. Cf. fig. 3.36. L'application du couple génère des actions tangentielles dans toute la section droite, proportionnelles à la distance entre l'axe xx' et la périphérie.

La génératrice ab va changer de position. Comme le point a reste fixe, le point b vient en b' et ab' prend la forme d'une hélice. L'angle $bOb' = \alpha$ représente l'angle de torsion. Sous l'action du couple, l'axe xx' reste invariable et se comporte en fibre neutre.

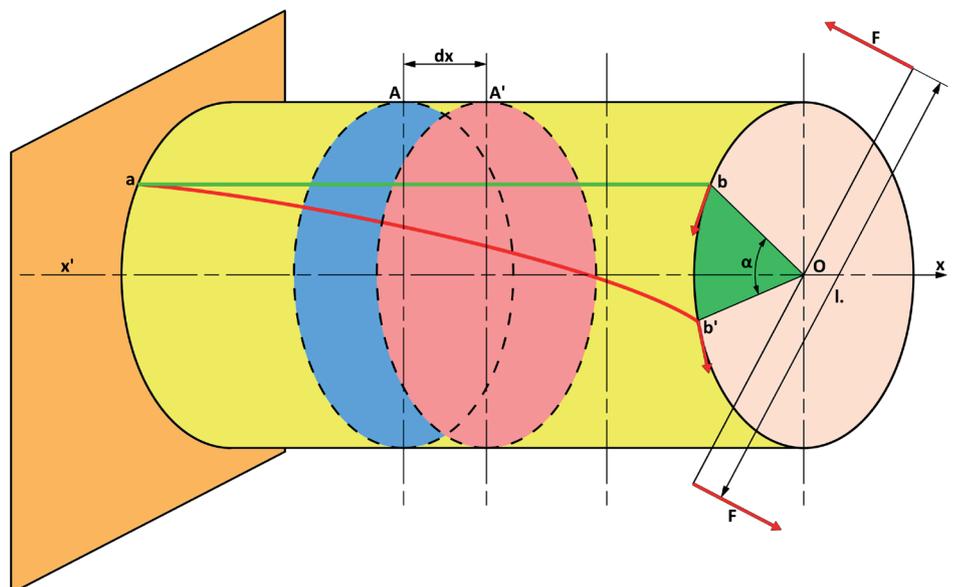


Fig. 3.36. La torsion dans une barre.

b) Angle de torsion et contrainte

Isolons deux sections droites A et A' infiniment voisines. Elles sont distantes d'une longueur dx. Cf. fig. 3.37. La portion de la génératrice ab est limitée à cd = dx. Sous l'effet du couple, cd vient en c'd'. Soit d'', l'intersection avec la section A', de la parallèle à cd tracée depuis c'. Pour une rotation unitaire dα la fibre c'd'' a dévié d'un angle γ tel que : $tg\gamma = \frac{d'd''}{dx}$, mais $d'd'' = \frac{d}{2} d\alpha$,

comme γ est petit, $tg\gamma \approx \gamma$ en radian, et $\gamma = \frac{d}{2} \cdot \frac{d\alpha}{dx}$. La barre est considérée travailler dans le domaine élastique, donc $\frac{d\alpha}{dx}$ reste constant sur toute la longueur utile de la barre, pour donner un angle de torsion total : α. En tenant compte de l'inertie polaire du cylindre, $\alpha = \frac{Ct}{G \cdot I_0}$, expression dans laquelle :

- Ct est le couple appliqué à la barre
- G le coefficient d'élasticité transversal.
- I° l'inertie polaire du cylindre = $\frac{\pi \cdot d^4}{32}$

A l'angle γ correspond une contrainte de cisaillement : $\tau = G \cdot \gamma$, donc ramené à la longueur de la barre : $\tau = G \cdot \frac{d}{2} \cdot \alpha$.

La contrainte maxi s'écrit : $\tau_m = G \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{Ct}{G \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{32}} = \frac{16 \cdot Ct}{\pi \cdot d^3}$. Cette contrainte est :

- indépendante de la longueur L.
- maximale pour les fibres de la périphérie.
- inversement proportionnelle à I° inertie polaire. Une barre creuse résistera mieux qu'une barre pleine.

→ 3.5.3 Effort et Raideur

a) Les efforts viennent de la charge du châssis et des obstacles de la route.

L'implantation de la fig. 3.34 correspondant à un montage de barre longitudinal avec un bras relié à un pivot de suspension. Les efforts sont appliqués sur la rotule inférieure du pivot. Le bras forme un bras de levier et transforme l'effort F en couple de torsion sur la barre, $Ct = F \cdot R$.

En statique, le couple C correspond à la charge de la roue, $Cs = Pr \cdot R$. En roulage, ce couple va fluctuer autour de cette valeur suivant les obstacles rencontrés.

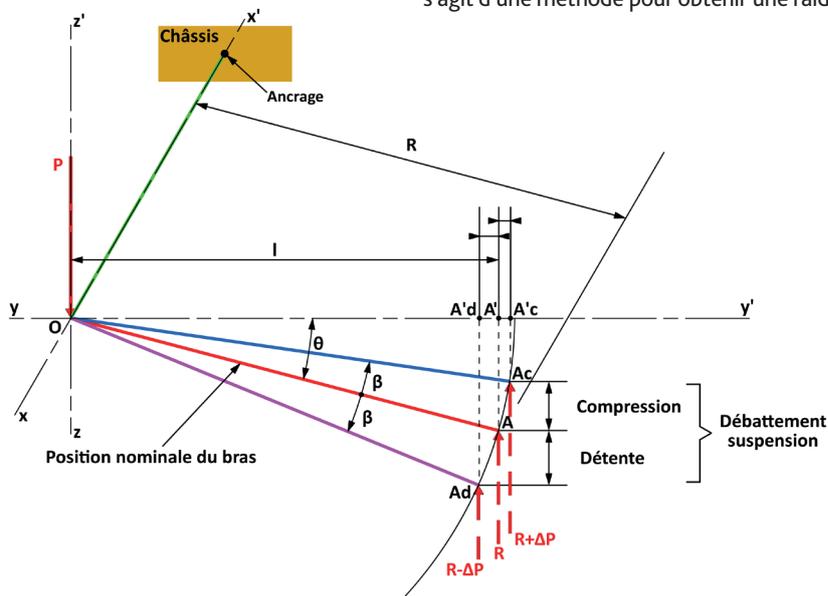


Fig. 3.38. Éléments de géométrie fonctionnelle d'une barre de torsion.

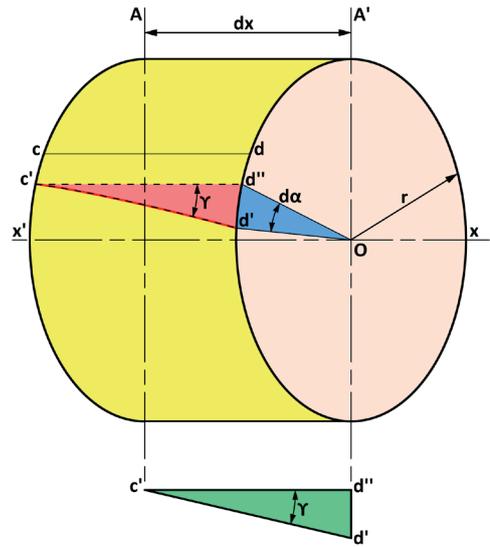


Fig. 3.37. Déformation unitaire.

Par analogie avec la flexion, en choisissant une valeur pratique de $\tau : \tau_p$ tenant compte d'un coefficient de sécurité, Cf. §.3.2.3,

l'expression de la torsion peut se mettre sous la forme : $\frac{Ct}{\tau_p} = \frac{I_0}{\frac{d}{2}}$

avec : $\frac{Ct}{\tau_p} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \sim 0,2 \cdot d^3 \rightarrow \frac{Ct}{\tau_p} \sim 0,2 \cdot d^3$.

b) Incidence du calage du bras. Cf. fig. 3.38

Le bras peut faire un angle θ avec l'horizontale. Le bras de levier R devient $l = R \cdot \cos \theta$. Le point A correspondant à la position statique va évoluer entre Ad en détente maxi et Ac en compression maxi. En considérant que compression et détente sont identiques, le bras de levier du couple de torsion va évoluer entre $R \cdot \cos(\theta - \beta)$ et $R \cdot \cos(\theta + \beta)$. Dans le cas de la fig. 3.38, le bras de levier va augmenter en compression ce qui signifie une augmentation de la sollicitation de la barre et diminuer en détente. Changer l'angle θ change le calage du bras donc le couple appliqué sur la barre. Il s'agit d'une méthode pour obtenir une raideur variable.

c) Expression de la raideur.

Les formules de la torsion simple s'appliquent. En reprenant l'implantation de la fig. 3.34, la déflexion du châssis en statique sous un poids Pr , donnera : $ds = R \cdot \alpha$, avec $\alpha = \frac{Cs \cdot L}{G \cdot I^0}$ expression dans laquelle :

- α , est l'angle de torsion en rd, de la barre.
- Cs le couple en $mm \cdot daN$, = $Pr \cdot R$, R en mm .
- G le coefficient d'élasticité transversal en daN/mm^2 .
- I^0 l'inertie polaire de la barre. Pour une barre pleine cylindrique

$$I^0 = \frac{\pi \cdot d^4}{32}, d \text{ en } mm.$$

→ 3.5.4. Montage

Le principe de la barre de torsion se prête à de multiples montages. La fig. 3.34 montre le principe d'un montage longitudinal. Les figures 3.39 et 3.40 illustrent deux montages transversaux.

- Le premier, Cf. fig. 3.39. la barre est coaxiale avec un tube. Une extrémité du tube sert d'ancrage à la barre. Selon les dimensions du tube, l'ancrage de la barre introduit un couple de torsion dans le tube. Le système de suspension dispose de deux niveaux de raideur, d'abord la barre puis le tube.

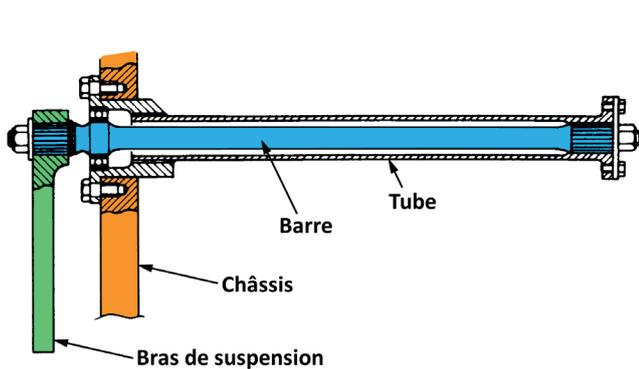


Fig. 3.39. Montage transversal particulier d'une barre de torsion.

- L la longueur utile de la barre en mm .

D'où : $\alpha = \frac{32 \cdot Pr \cdot R \cdot L}{G \cdot \pi \cdot d^4}$, avec $G = \frac{2}{5} \cdot E$ coefficient d'élasticité longitudinal.

La raideur devient : $K = \frac{Pr}{ds} = \frac{Pr}{R \alpha}$ soit $K = \frac{Pr}{R} \cdot \frac{G \cdot \pi \cdot d^4}{32 \cdot Pr \cdot R \cdot L} = \frac{G \cdot \pi \cdot d^4}{32 \cdot R^2 \cdot L}$.

Cette raideur est directement liée aux caractéristiques géométriques de la barre et de son montage sur le véhicule.

- Le second, Cf. fig. 3.40. l'ancrage de la barre 1 est un levier commandant une barre 2. La torsion de la barre 1 va créer une rotation du levier. Cette rotation va introduire non seulement la torsion de la barre 2 mais également sa flexion. La réaction à la flexion de la barre 2 va également provoquer par réaction, une flexion de la barre 1. La courbe de raideur globale est progressive en faisant intervenir ensemble la torsion et la flexion.

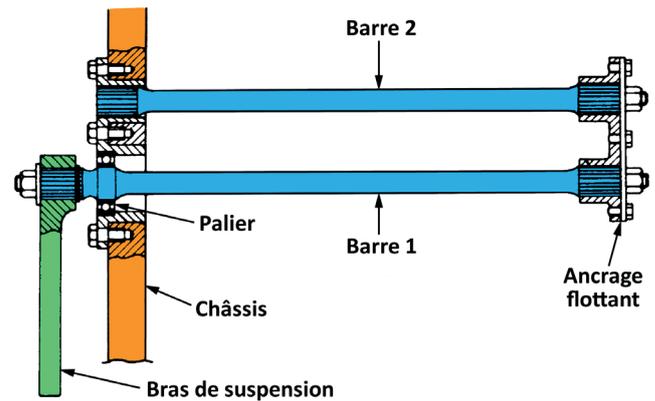


Fig. 3.40. Montage particulier avec deux barres de torsion parallèles.

→ 3.5.5. Préconformation

Dans le cas de la barre de torsion, cette préconformation est importante. Il s'agit de réaliser une première torsion sur la barre de façon à imposer aux fibres superficielles une contrainte dépassant la limite élastique du matériau employé. La contrainte résiduelle dans ces fibres améliore la tenue en fatigue de la barre.

→ 3.6. AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DES RESSORTS MÉTALLIQUES

Les ressorts métalliques précédemment étudiés ont tous la même caractéristique : la réaction est la même en compression et en détente. Cela se traduit par un diagramme Effort / Déplacement représenté par une droite.

→ 3.6.1. Le rapport Energie / poids

Un ressort emmagasine et restitue de l'énergie. De sa forme et de la technique utilisée pour obtenir l'élasticité nécessaire vont déterminer le poids du ressort. Ce poids auquel s'ajoutent les fixations nécessaires à son bon fonctionnement, doit être embarqué dans le véhicule et contribue à son poids total.

En attribuant un indice énergie / poids aux différents types de ressorts métalliques, il s'établit la hiérarchie suivante :

- Ressort à lame : de 3 à 5
- Ressort hélicoïdal : de 7 à 11
- Barre de torsion : de 10 à 15.

→ 3.6.2. Une autre hiérarchie

Une autre hiérarchie peut être établie à partir du « rendement » qui se définit comme le rapport : contrainte utilisée / contrainte maximale du matériau choisi. Ce rendement a une incidence dans la tenue en fatigue de la pièce.

Le rendement d'un ressort à lame est $\approx 0,5$ celui d'un ressort hélicoïdal et d'une barre de torsion est $\approx 0,66$.

→ 3.6.3. Le ressort à lame

- Avantages :
 - Simplicité de fabrication.
 - Faible coût.
 - Son utilisation ne demande pas de moyens complexes.
 - Peut être utilisé comme élément de guidage longitudinal de l'essieu. Mais si la déflexion n'est pas équilibrée entre droite et gauche du véhicule, cela introduit un braquage induit encore appelé : « Effet Hotchkiss ». Ce braquage induit est préjudiciable à la stabilité longitudinale du véhicule.

- Inconvénients :
 - Le frottement inter-lames lors de l'utilisation de plusieurs lames. Ce frottement est un amortissement à seuil indépendant de la vitesse de déflexion.
 - Son poids. Mais cela doit être relativisé vu la possibilité de servir d'élément de guidage longitudinal.
 - La rupture immobilise le véhicule.

→ 3.6.4. Le ressort hélicoïdal

- Avantages :
 - Technologie connue et maîtrisée.
 - Rapport Energie/poids et rendement intéressants.
 - Coût.
 - Absence de frottement.

- Inconvénients :
 - Nécessite l'installation d'appuis et d'éléments de guidage de la roue.

→ 3.6.5 La barre de torsion

- Avantages :
 - Absence de frottement.
 - Permet le réglage de la garde au sol du véhicule par décalage de la position dans l'ancrage sur le châssis.
 - Bon rendement.
 - Nombreuses possibilités de montage dans des volumes réduits.

- Inconvénients :
 - Elaboration plus complexe.

→ 3.7. LE RESSORT CAOUTCHOUC

→ 3.7.1. Principe

Le ressort caoutchouc se présente comme un bloc en mélange d'élastomères, travaillant en compression ou au cisaillement. Les caractéristiques de fonctionnement seront :

- 1°) Le **volume** de matière. Le caoutchouc en lui-même est quasiment incompressible mais dispose d'une forte capacité de déformation élastique.
- 2°) La **forme** donnée à la pièce. La forme géométrique donnera une courbe Effort/déflexion pouvant prendre une allure qui n'est pas une droite.

La diversité de formes possibles permet une grande adaptation pour de larges applications. La fig. 3.41a représente le système appelé **Evidgom**. L'empilage en forme de tronc de cône inversé permet une expansion radiale, perpendiculaire à l'axe de la charge. La charge maximale est atteinte lorsque les parois intérieures viennent au contact pour former un bloc compact.

La forme creuse de ce type de ressort caoutchouc admet un taux d'écrasement élastique de l'ordre de 50 %.

Sur la fig. 3.41b, le système appelé **Butaflex**, l'empilage d'anneaux de diamètres différents permet de construire une courbe de raideur en fonction directe du besoin.

- 3°) La **composition** de l'élastomère utilisé. Les mélanges d'élastomères vulcanisés sont connus pour leur élasticité et leur capacité à absorber les chocs. Ils disposent d'un amortissement, sous forme de frottements internes, qui se traduit par une hystérésis : la courbe Effort / Déflexion en détente sera différente de la courbe en compression

Le potentiel à la compression sera évalué par une dureté « Shore » (unité de dureté du caoutchouc). Les progrès réalisés dans la connaissance du dosage des antioxydants et charges renforçantes, ou autres agents de protection ont permis d'améliorer la tenue au

→ 3.7.2 Forme de la courbe de raideur. Cf. fig. 3.42

Considérons un ressort hélicoïdal, métallique, sa raideur est représentée par la droite **OB**. Au point **B**, la charge est P_2 pour une déflexion $0-d_B$. Soit un cylindre de caoutchouc de volume **V**, dont la longueur **L** est égale au diamètre. Ce cylindre dispose d'un mélange défini tel que sa courbe charge = f (déflexion) passe par le point **B** précédent. Cette courbe n'est pas une droite et la raideur augmente au fur et à mesure de l'augmentation de charge. La tangente en **A** donne une raideur K_A pour une charge P_1 , alors qu'en **B** cette raideur sera $K_B > K_A$. Dans cet exemple, la déflexion **d** relevée entre la projection des points **A** et **B** sur l'axe des déflexions et l'intersection des tangentes en **A** et **B** est identique.

Tout élastomère est caractérisé par un phénomène d'hystérésis. L'hystérésis se traduit par l'écart entre les courbes : compression - détente. Pour la charge P_1 , la déflexion restera plus importante lors de la détente. Il s'agit d'un « retard » dans le retour à la position de départ, c'est-à-dire à la forme d'origine. Cela représente une différence entre l'énergie fournie lors de la compression et l'énergie restituée lors de la détente. Cette perte d'énergie est un amortissement, ce qui signifie qu'un ressort caoutchouc en fonctionnement chauffe.

Lors du cycle charge-décharge, l'énergie dissipée est indépendante de la fréquence.

Le coefficient d'amortissement d'un élastomère a la particularité de ne pas être constant et de varier en proportion inverse de la fréquence du mouvement.

vieill

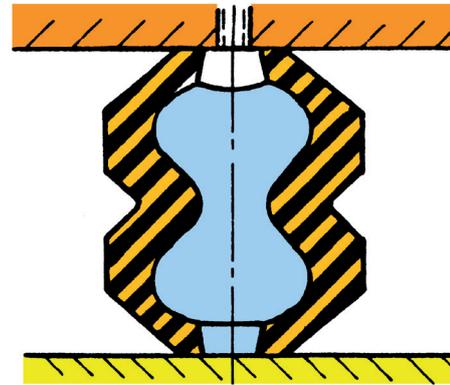


Fig. 3.41 a. Ressort caoutchouc type Evidgom

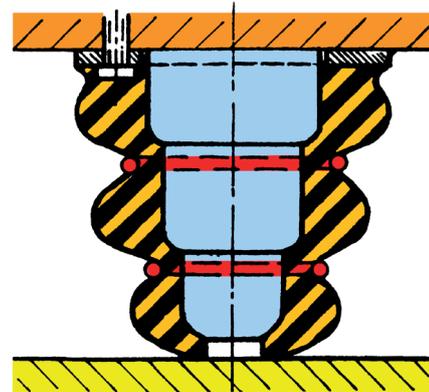


Fig. 3.41 b. Ressort caoutchouc type Butaflex.

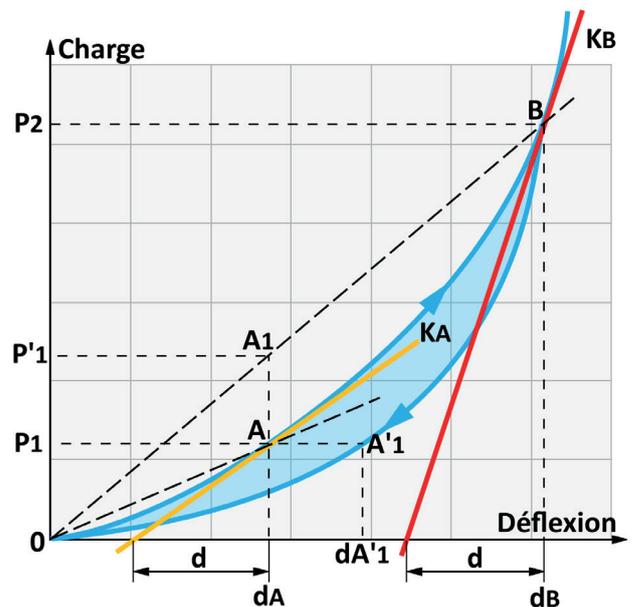


Fig. 3.42. Exemple de raideur d'un bloc en élastomère.

→ 3.7.3. Avantages et Inconvénients du ressort caoutchouc

• Avantages :

- Peut prendre des formes très diverses.
- Son amortissement interne.

• Inconvénients :

- La définition du matériau nécessite l'intervention de spécialistes.
- Sensibilité à la température par évolution de la dureté Shore.

→ 3.7.4. Application du ressort caoutchouc

a) La suspension Neidhart. Cf. fig. 3.43 et 3.44.

Une grande majorité de remorques et caravanes sont équipés d'un principe de suspension utilisant le ressort caoutchouc. Il s'agit de la suspension Neidhart .

L'essieu supportant le châssis est un tube carré. A l'intérieur de ce tube carré, un second tube carré, dont la diagonale est légèrement inférieure à la longueur correspondant au côté du carré du premier tube. Ce second tube, décalé de 45° par rapport au tube essieu est solidaire du bras de suspension. La technologie de guidage de la roue est le principe du bras tiré. Ce bras tourillonne autour du centre O. Dans les espaces libres entre les deux tubes sont positionnés des cylindres en caoutchouc.

Sous l'effet d'un effort P à l'extrémité du bras de suspension, le moment P.L permet au tube intérieur de tourner. Cette rotation modifie le volume entre les deux tubes, ce qui permet la compression des blocs caoutchoucs. Vu les symétries du montage, cette compression est identique quel que soit le sens de la rotation.

Ce système est très facile à fabriquer pour des applications ne demandant pas un niveau de tenue de route important.

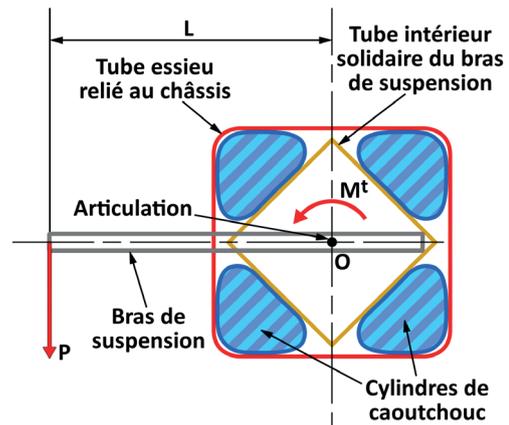


Fig. 3.43. Principe de la suspension Neidhart.

Le principal inconvénient est le durcissement progressif du caoutchouc lorsque la température approche de 0°C . Ce durcissement peut aboutir à une raideur infinie, soit la disparition de la fonction élastique.

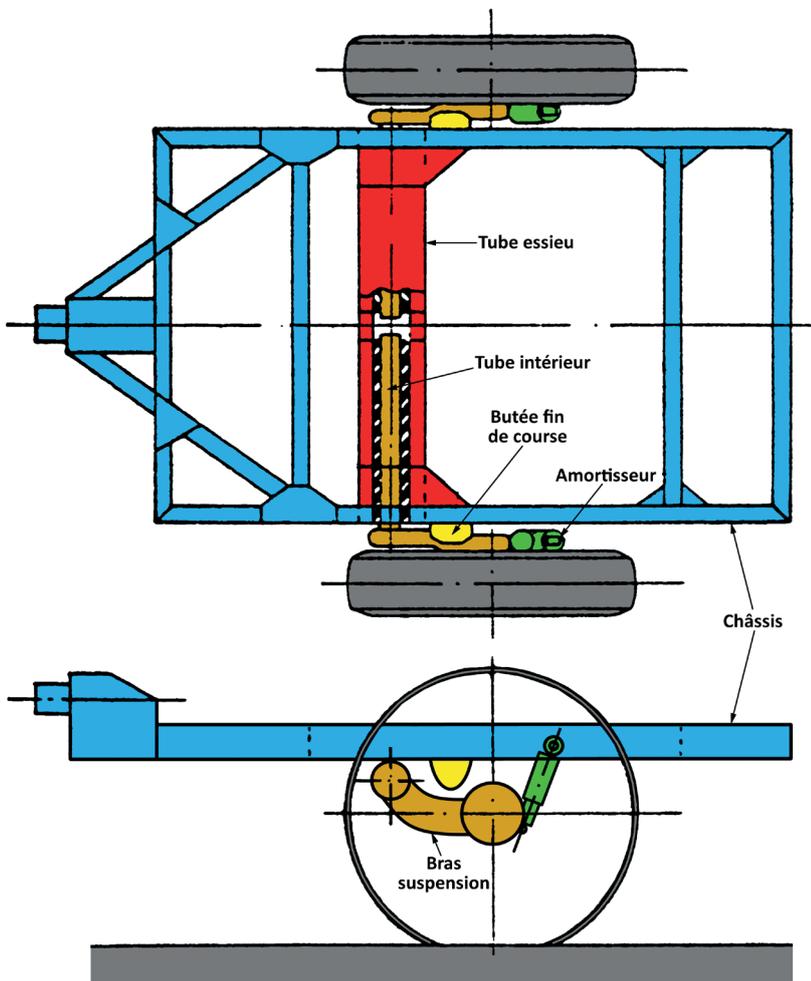


Fig. 3.44. Montage de la suspension Neidhart sur un châssis de remorque.

b) La butée de fin de course. Cf. fig. 3.45

Sur une suspension classique quel que soit le système élastique utilisé, pour éviter les chocs brutaux en fin de course de suspension, une butée en élastomère est installée. Selon les dimensions de cette butée : longueur, diamètre et la matière utilisée, elle participe pleinement au débattement de la suspension en apportant une raideur complémentaire en fin de course.

La courbe de raideur, Cf. fig. 3.46 a une allure particulière, l'effort monte très vite après quelques cms de déflexion.

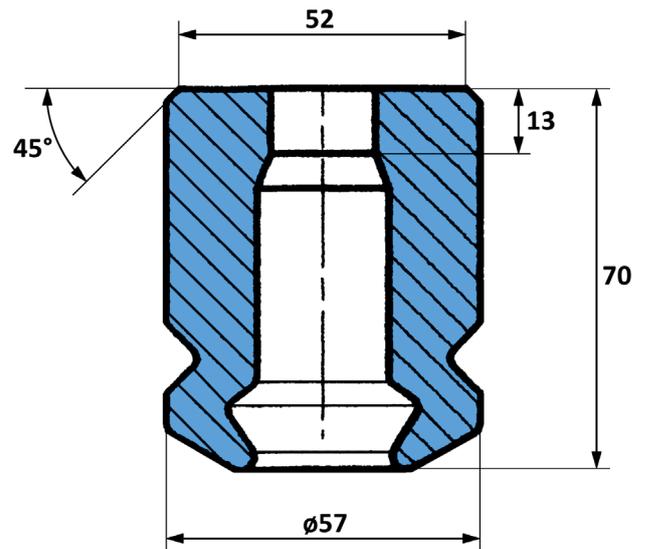


Fig. 3.45. Butée fin de course en élastomère

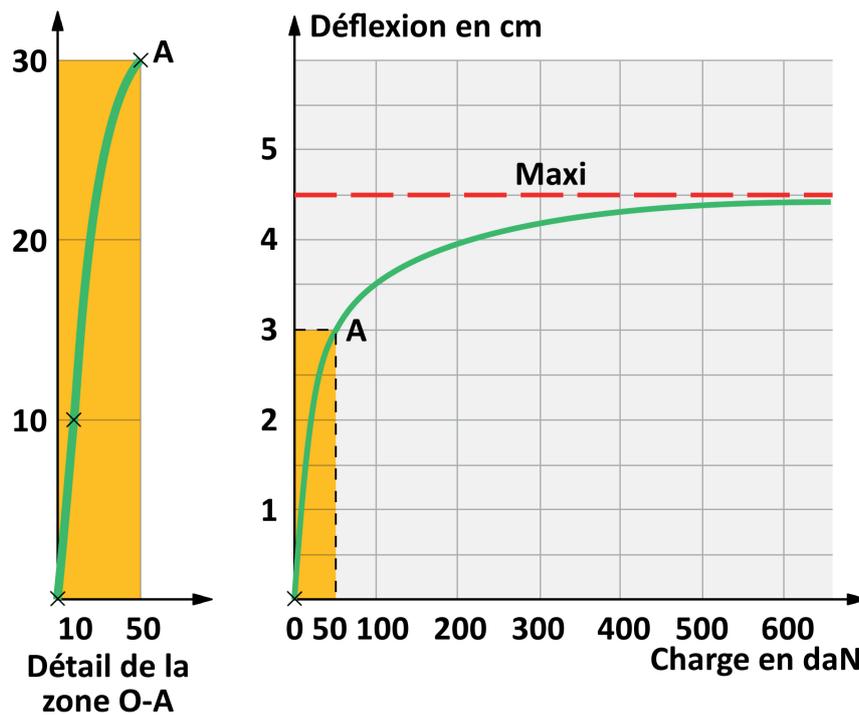


Fig. 3.46. Courbe de raideur de la butée de la fig. 3.44.

GÉOMÉTRIE DES ESSIEUX BIBLIOGRAPHIE.

- F. Bernard** - *A.L. Tourancheau Eléments de Construction à l'usage de l'ingénieur*. Tome 1 Généralités. Dunod.
- A.C. Bodeau, R.H Bollinger, L. Lipkin** - *Passenger-Car Suspension Analysis*. SAE Transactions, Volume 64 1956.
- G. Bouligand, J. Rivaud** - *L'enseignement des mathématiques générales par les problèmes*. Vuibert 1953.
- A. Campa, R.Chappert, R. Picand** - *La mécanique par les problèmes*. Foucher 1985.
- J. Cessac-G.Tréherne** - *Physique. Classe de mathématiques*. Fernand Nathan. 1963.
- M. Charloteaux** - *La suspension*. Dunod 1966.
- Collectif d'auteurs** - *Merveilles et secrets du corps humain*. Reader's Digest Association Inc. 1987.
- A. Desclous** - *Revue Machine Moderne* Janvier 1969.
- Documentation des Relations Publiques Citroën** - 1970
- J.P. Gerardin** - *Amélioratin des caractéristiques mécanique des ressorts*. Fils-Tubes-Bandes-Profilés. Oct.-Nov. 1979
- M.A Julien** - *La suspension / L'automobile et ses grands problèmes*. Larousse.
- Etat actuel des problèmes de suspension, d'amortissement, et de tenue de route** - Congrès FISITA Mai 1961.
- A. Fouillé** - *Physique des vibrations*. Dunod. 1960
- R. Maillard et A. Millet** - *Mécanique*. Classique Hachette 1960.
- F. Monath** - *Le Pneumatique, Géométrie des essieux*. Dossier technique Anfa, et Dossiers personnels.
- M. Overman** - *Routes, Ponts et Tunnels*. Larousse 1969.
- Revue** - *Automobile Engineer*. June 1951, p.210.
- Len Terry and Alan Baker** - *Racing car Design and Development*. Motor Racing Publications 1973.
- J. Versace** - *Mesure du confort de route*. SAE Préprint n° 638A 14-18 Janvier 1963. Trad. UTAC 63-81.
- W.E. Woodson** - *L'adaptation de la machine à l'homme*. Race Car Vehicle Dynamics



ANFA
SERVICES DE L'AUTOMOBILE
ET DE LA MOBILITÉ

[SIÈGE NATIONAL]

→ ANFA
01 41 14 16 18
www.anfa-auto.fr

[DÉLÉGATIONS RÉGIONALES]

→ Auvergne - Rhône-Alpes
04 72 01 43 93
lyon-clermont@anfa-auto.fr

→ Bourgogne - Franche-Comté
03 70 72 12 45
besancon@anfa-auto.fr

→ Bretagne, Pays de la Loire
02 22 74 14 80
rennes@anfa-auto.fr

→ Centre-Val de Loire, Normandie
02 18 84 23 63
orleans@anfa-auto.fr

→ Grand Est
03 55 35 10 70
metz@anfa-auto.fr

→ Hauts-de-France
03 62 93 02 68
carvin@anfa-auto.fr

→ Ile-de-France
01 41 14 13 07
sevres@anfa-auto.fr

→ Nouvelle - Aquitaine
05 56 85 44 66
bordeaux@anfa-auto.fr

→ Occitanie
04 34 17 08 22
montpellier@anfa-auto.fr

→ Provence-Alpes-Côte d'Azur, Corse
04 86 76 15 70
marseille@anfa-auto.fr